



מרצה : פרופסור אבישי מנדלבאום

מתרגל: גנדי שייחט

תאריך הבחינה : 14.07.2005

מס' תלמיד _____

שם _____

הנדסת מערכות שירות – 096324 פתרון

מועד א' - סמסטר אביב תשס"ה 2005

- המבחן נמשך שלוש שעות. באחריותך להחזירו במועד.
- המבחן בחומר סגור, וללא מחשבון.
- המבחן כולל 29 עמודים, כולל עמוד זה.
- מלאו את הפרטים הנדרשים בראש העמוד, בכתב ברור בבקשה.
- על התשובות יש לענות במקומות המיועדים, שאמורים להספיק: מלל מיותר יגרע ניקוד.
- יש לתת הסברים או הוכחות רק אם התבקשתם במפורש לעשות זאת.

שאלה 1	_____ מתוך 5 נקודות	מדידות
שאלה 2	_____ מתוך 5 נקודות	Little
שאלה 3	_____ מתוך 5 נקודות	מופעים
שאלה 4	_____ מתוך 5 נקודות	משכי שירות, סדר סטוכסטי
שאלה 5	_____ מתוך 5 נקודות	סבלנות אמפירית
שאלה 6	_____ מתוך 9 נקודות	נוזלים, איוש
שאלה 7	_____ מתוך 4 נקודות	4Call Centers
שאלה 8	_____ מתוך 9 נקודות	QED, איוש
שאלה 9	_____ מתוך 9 נקודות	רשת N
שאלה 10	_____ מתוך 4 נקודות	תהליך לידה ומות

סה"כ _____ מתוך 60 נקודות

בהצלחה !

בכתבה המצורפת בעמוד 3, מתוארת מערכת ממוחשבת לניהול תורי פנים-אל-פנים בבנק הפועלים. המערכת פועלת על בסיס זיהוי לקוח המגיע לקבל שירות בסניף הבנק, והיא תאפשר, בין היתר, ניהול תורים, אמידת משכי המתנה והתאמת שירות אישית.

1.1 איזה "מערכת מדידות ובקרה", מאילו שתוארו בקורס, היא המתאימה ביותר למערכת שהותקנה בבנק הפועלים? נמקו בקצרה. לנוחיותכם, בעמודים 4 ו-5 אחרי הכתבה מופיעים דפי ההרצאה הרלוונטיים.

המערכת המתאימה היא מערכת: $I - Method$

נימוק: כל לקוח מקבל כרטיס עם הגעתו למערכת. בנוסף שרת מקבל את פרטי הלקוח ויכול לעקוב אחריו בתור.

1.2 לקוחה מגיעה לבנק כדי לקבל שירות יחיד, נניח אצל פקיד מטבע חוץ. כיצד תאמוד המערכת את משך ההמתנה הצפוי ללקוחה זו? תארו בקצרה, אבל בדיוק ככל שתוכלו, תוך ציון הנתונים הנדרשים לאמידה וההנחות עליהן מתבססת תשובתכם.

תשובה: המערכת יודעת את מספר הלקוחות בתור לשרת מסויים. אז בהנחה שהמערכת יודעת את ממוצע זמן שירות, היא בהחלט יכולה לאמוד את ממוצע זמן המתנה.

$$W_{queue} = L_{queue} \cdot S_{service} + R_{residual\ service\ time}$$

1.3 נניח שלקוח מגיע לבנק כדי לקבל שני שירותים, כאשר השירות הראשון הוא אצל פקיד מטבע חוץ והשני אצל סגן מנהל הסניף. האם תוכל המערכת, לפי דעתכם, לאמוד את משך ההמתנה הצפוי ללקוח אצל סגן מנהל הסניף? אם לא, נמקו מדוע; אם כן, תארו איך.

תשובה: לא, בהנחה שהלקוח מצטרף לתור החדש אחרי שמסיים את שירותו הראשון. הבעיה היא שבזמן שהוא מקבל שירות ראשון, למערכת יכולים להגיע לקוחות חדשים שיצטרפו מייד לתור למנהל.

בנק הפועלים מעפיר את העירות בסניפים: יתקין מערכת לניהול תורים

החל בניסוי בהטמעת המערכת, שתותקן בכל הסניפים בהשקעה של כ-40 מיליון שקל

מאת דורית בר

בנק הפועלים החל בפילוט (ניסוי) לשיפור השירות בסניפים. כך נודע ל"ידיעות אחרונות". הפילוט החל בסניף שנקר בחר' לון, ובקרוב יקף 9 סניפים. במסגרת הפילוט מותקנת בכניסה לסניף מערכת ממוחשבת ייחודית, המשפרת את השירות בסניף. המערכת פועלת בבנקים מרבילים בעולם, בהם דויטשה בנק, ברקליס וצ'ייס מנהטן. המערכת אמורה להיות מוטמעת בכל סניפי פים הפועלים בתוך כשנה, בהשקעה כוללת של כ-40 מיליון שקל. למרות שבנקים מציעים ערוצי שירותים לפעילות בנקאית



צבי זיו, מנכ"ל בנק הפועלים

(טלפון ואינטרנט), לקוחות רבים עדיין מבקרים בסניפים ולא אחת נוצרים תורים ארוכים בסניפי

הבנקים. בבנק הפועלים מנסים מענה לניהול התור, לניצול זמן ההמתנה בסניף ולמתן הצעות המותאמות אישית ללקוחות – הן בעת ההגעה לסניף והן בעת הפגישה עם הבנקאי. ניתן להניח כי בנקים נוספים יבחנו הנהגת מערכת ניהול תורים דומה.

המערכת פועלת על בסיס מערכת לזיהוי מוקדם המותקנת בבנק לסניף. הלקוח יעביר במערכת עם כניסתו לסניף אמצעי זיהוי (גון כרטיס אשראי, הקלדת מספר תעוררת זהות או מספר דרכון). המערכת תיתן ללקוח מספר, שיהיה מספרו בתור הרלוונטי עבורו. כמו כן המערכת תיתן ללקוח מסר הרלוונטי עבורו – למשל, "הפיקדון

שלך השתחרר אתמול". במקביל, המערכת תודיע לפקיד שהלקוח נמצא בסניף, ובמחשבת הפקיד ייפתח מסך המכיל את פרטי הלקוח, רבר שיאפשר לו לתת שירות המותאם אישית ללקוח. בנוסף, ישולבו בכל סניף 4-2 מסכי פלסמה, שבהם יוצגו מידע לגבי ההמתנה בתור, מסרים שיוצגו, הצעות ללקוחות וחדשות. בסך הכל יותקנו כ-500-700 מסכים בסניפים. ציון קינן, משנה למנכ"ל וראש החטיבה הבנקאית בבנק הפועלים, אמר כי המערכת החדשה נועדה לתת שירות איכותי יותר ללקוח ולשפר את חוויית הבנקאי בסניף.

20/12/04 יצ"ר

Measurements of Queues

: Example of Face-to-Face

DATE	CUST ID	ARRIVAL	SERVICE BEG	SERVICE END	SERVICE TIME	WAIT TIME	SERVICE POS	SERVER ID	SERVICE TYPE
040293	1005	8:03:11	8:03:46	8:14:17	10:31	0:35	10	10	27
040293	1006	8:05:23	8:11:33	8:12:45	1:12	6:09	12	12	29
040293	1007	8:07:01	8:07:16	8:09:47	2:32	0:14	12	12	11
040293	1008	8:07:10	8:09:34	8:15:51	6:18	2:24	6	6	20
040293	1009	8:07:19	8:09:47	8:11:33	1:45	2:28	12	12	11
040293	1006	8:12:45	8:19:32	8:19:44	0:12	6:48	5	5	29
040293	1010	8:14:04	8:14:17	8:15:51	1:34	0:13	10	10	27
040293	1008	8:15:51	8:15:51	8:15:55	0:04	0:00	10	10	20
040293	1006	8:19:44	8:19:44	8:44:25	24:41	0:00	5	5	12
040293	1012	8:26:55	8:28:37	8:30:53	2:16	1:42	12	12	11
040293	1013	8:27:37	8:33:31	8:34:16	0:45	5:55	10	10	27
040293	1014	8:29:05	8:30:14	8:31:33	1:19	1:10	6	6	20
040293	1014	8:31:33	8:35:36	8:35:39	0:03	4:03	12	12	20
040293	1016	8:33:52	8:34:16	8:44:49	10:33	0:24	10	10	27
040293	1014	8:35:39	8:35:39	8:41:12	5:33	0:00	12	12	11
040293	1018	8:39:01	8:43:29	8:50:31	7:02	4:28	12	12	11
040293	1019	8:39:57	8:41:12	8:43:29	2:18	1:15	12	12	11
040293	1021	8:43:20	8:50:31	8:53:07	2:36	7:11	12	12	11
040293	1022	8:47:21	8:53:07	8:58:18	5:11	5:46	12	12	11
040293	1023	8:47:24	8:49:06	8:54:32	5:26	1:42	6	6	20
040293	1024	8:50:07	8:51:54	8:54:32	2:38	1:48	10	10	27
040293	1025	8:50:58	8:58:18	8:59:29	1:11	7:20	12	12	11
040293	1021	8:53:07	8:54:52	8:55:05	0:13	1:45	5	5	11
040293	1027	8:53:11	8:59:29	9:12:33	13:04	6:18	12	12	11
040293	1023	8:54:32	8:54:32	8:54:35	0:03	0:00	10	10	20
040293	1023	8:54:35	8:54:35	9:03:02	8:27	0:00	10	10	27
040293	1021	8:55:05	8:55:05	9:02:49	7:44	0:00	5	5	12
040293	1028	9:00:57	9:03:02	9:09:38	6:36	2:05	10	10	27
040293	1029	9:01:56	9:06:27	9:39:48	33:21	4:30	6	6	21
040293	1030	9:08:51	9:10:02	9:12:41	2:39	1:11	2	2	26
040293	1031	9:08:54	9:09:38	9:13:35	3:56	0:44	10	10	27
040293	1032	9:09:06	9:12:33	9:16:29	3:56	3:27	12	12	11
040293	1030	9:12:41	9:15:18	9:21:50	6:32	2:37	5	5	26
040293	1020	9:13:35	9:13:35	9:13:37	0:03	0:00	10	10	12
040293	1020	9:13:38	9:13:38	9:20:39	7:01	0:00	10	10	27
040293	1034	9:17:07	9:21:50	9:27:39	5:48	4:43	5	5	12
040293	1036	9:19:43	9:27:39	9:32:04	4:25	7:55	5	5	12
040293	1037	9:20:07	9:20:39	9:22:37	1:57	0:32	10	10	27
040293	1030	9:21:50	9:22:37	9:22:39	0:03	0:47	10	10	26
040293	1030	9:22:39	9:22:39	9:34:05	11:25	0:00	10	10	27
040293	1036	9:32:04	9:32:11	9:32:12	0:02	0:07	12	12	12
040293	1036	9:32:12	9:32:12	9:46:30	14:17	0:00	12	12	11

T - traditional (IE work measurements)

Above: I - method (Israel) : Comprehensive

vs. S - method (Sweden) : tickets

or C - method (Canada & U.S.) : sensors

But F - method (Future) : only service-transactions

or O - online (eg. Key Corp, F-Bay)

(see next page)

Face-to-Face Services Measurement & Control

- Traditional work measurements
 - Stop-watch: utilization profiles, times
- C-method 1-station
 - Sensors of arrivals and service-starts
 - Queues physically ordered, standing
- S-method 1-station
 - Tickets upon arrival (#, type)
 - Queues logically ordered, sitting
- I-method Network
 - Ticket upon arrival (#, type)
 - Sensors at servers
 - Diagnostic / Research-device
- F-method 1 station/Network
 - Transactions (automatically) recorded
 - Off-line (end-of-day) and Real-time
 - Inference of missing details
- Online global control exists (eg. KeyCorp, F-Bay)

שאלה 2 (5 נקודות)

נתונה מערכת המשרתת שני סוגים של לקוחות, סוג 1 וסוג 2.

נסמן את ממוצעי זמני השהיה של שני הסוגים על ידי W_1 ו- W_2 בהתאמה.

נסמן ב- W את ממוצע זמן השהיה הכללית במערכת. נניח שהמערכת נמצאת במצב יציב.

2.1 בסעיף זה נניח כי נתונים (ע"י מדידות או מנסיון) p_1 ו- p_2 : פרופורציות מספר המופעים של הלקוחות מסוג 1 וסוג 2.

ז"א, $p_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2}$, כאשר λ_i הוא קצב המופע למערכת של לקוחות מסוג i , $(i = 1, 2)$.

בטאו את W בעזרת W_1 , W_2 , p_1 , p_2

תשובה: $W = p_1 W_1 + p_2 W_2$

דרך חישוב: פשוט תוחלת מותנית.

2.2 בסעיף זה נניח כי נתונים q_1 ו- q_2 : פרופורציות מספר הלקוחות הנמצאים במערכת, מסוג 1 וסוג 2.

ז"א, $q_i = \frac{L_i}{L_1 + L_2}$, כאשר L_i הוא ממוצע מספר הלקוחות במערכת מסוג i , $(i = 1, 2)$.

בטאו את W בעזרת W_1 , W_2 , q_1 , q_2

תשובה: $W = \frac{1}{\frac{q_1}{W_1} + \frac{q_2}{W_2}}$

דרך חישוב: $W = \frac{L_1 + L_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{L_1 + L_2}{\frac{L_1}{W_1} + \frac{L_2}{W_2}} = \frac{L_1 + L_2}{\frac{q_1(L_1 + L_2)}{W_1} + \frac{q_2(L_1 + L_2)}{W_2}} = \frac{1}{\frac{q_1}{W_1} + \frac{q_2}{W_2}}$

2.3 האם ייתכן כי בחברה מסוימת פרופורציות גברים ונשים במצב יציב הן 80% גברים ו-20% נשים, אך קצב ההצטרפות

של נשים חדשות לחברה הוא גדול יותר מקצב הצטרפות הגברים? הסבירו את תשובתכם, תוך דוגמא מספרית.

תשובה: כן, הגורם החשוב שמשפיע- זה זמן שהיה שלהם.

הסבר: - דוגמא:

9. Workforce Management: A certain Japanese company has 36,000 employees, 20% of whom are women. The average term of employment for a woman is 37 months, whereas for men it is 200 months. Assume that the total employment level and the mix of men and women are stable over time.

L_w = average number of women in system = $36,000 \times 0.2 = 7,200$ women.

$\lambda_w = \frac{7200}{37} = 194.6$ women/month is the average number of new women employees hired per month.

$L_m = 36,000 \times 0.8 = 28,800$ men,

$\lambda_m = \frac{28,800}{200} = 144$ men/month.

שאלה 3 (5 נקודות)

בעמודים 8, 9 ו-10 מופיעות 3 הצגות של מופעים למוקד שירות. בהרצאה תוארו 4 הצגות כאלה. תארו בקצרה את כל 4 ההצגות, תוך ציון הנקודה המרכזית אותה לומדים מכל הצגה.

1. תאור ההצגה בעמוד 8 : מספר מופעים בכל אינטרוול של 2.5 דקות, לאורך היום.

הנקודה המרכזית : פיזור סטוכסטי סביב ממוצע.

2. תאור ההצגה בעמוד 9 : מספר המופעים בכל שעה, לאחר החלקה, מחולק במספר המופעים הממוצע לשעה.

הנקודה המרכזית : זיהוי צורת השתנות בת חיזוי (שעות שיא, למשל) , כדי לאתר ימים דומים. (צורה, להבדיל מגודל)

3. תאור ההצגה בעמוד 10 : מספר המופעים מוכפל בממוצע משך השירות, ה- *offered load*.

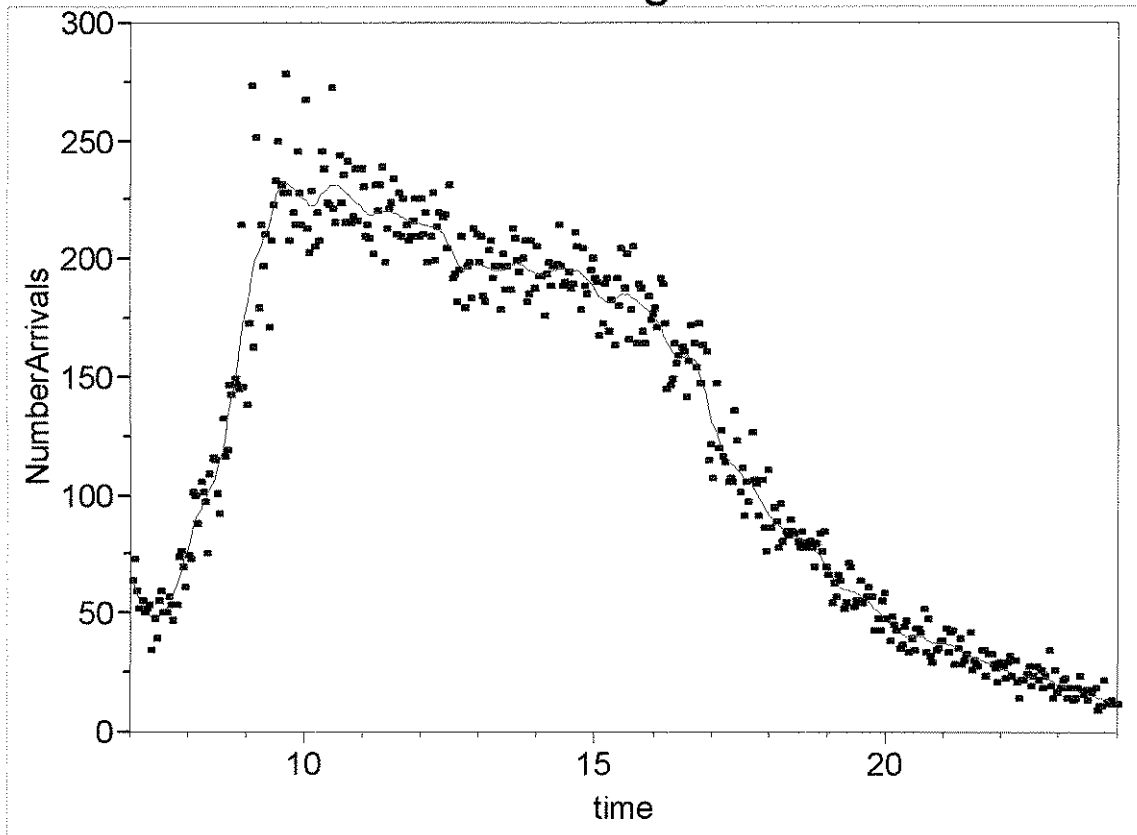
הנקודה המרכזית : מדד העומס על המוקד, ביחידות המתאימות, לצורך השוואה עם רמת האיוש הנדרשת והמעשית.

4. תאור ההצגה החסרה : מספר המופעים בכל שעה, לאחר החלקה, באחוזים (%), ביחס לכמות הככלית היומית.

הנקודה המרכזית : איתור שעות עומס ורוגע.

- A single day: smoothing a scatterplot
- A Friday: predictable vs. stochastic variability

Details of Fitting Process



Plot for Aug 9 (Fri.)

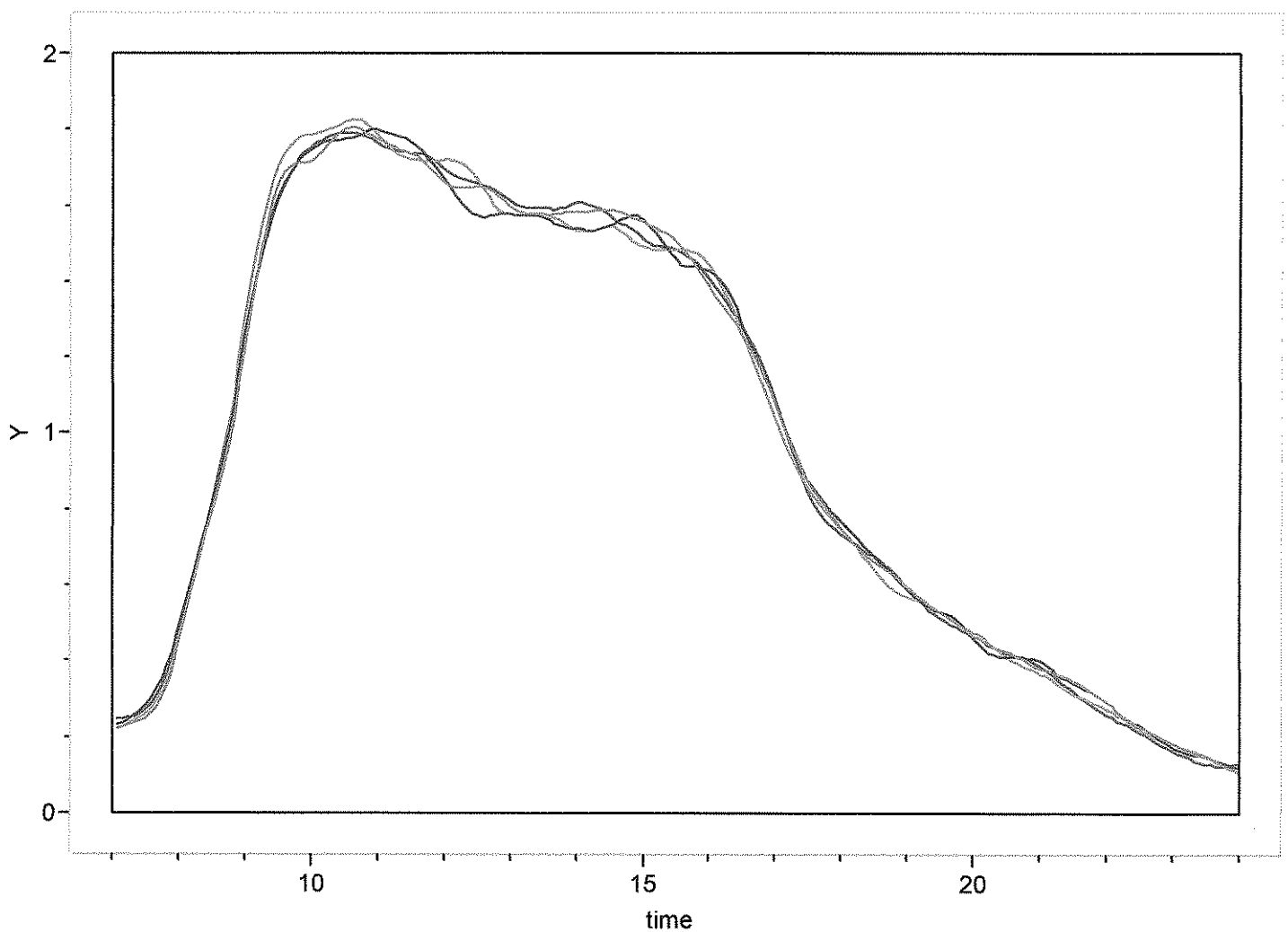
- Divide day (7am to midnight) into time intervals of 150 seconds (=2½ minutes)
- Count number arrivals in each interval, and make scatterplot
- Fit using a nonparametric regression smoothing technique. (Automated bandwidth/smoothing-parameter techniques are possible, but weren't used.)

Nonparametric density estimation could also be used here to get similar looking plots, but that method doesn't extend to create types of plots later in the analysis.

Service-Q Arrivals by Time-of-Day & Day-of-Week MONDAY

Plot shows (spline-smooth of)

$$\text{Normalized Arrivals}_{\text{given day}} = \frac{\text{Arrivals per Hour}_{\text{that day}}}{\text{Average}_{\text{that day}} (\text{arriv's. per hour})}$$



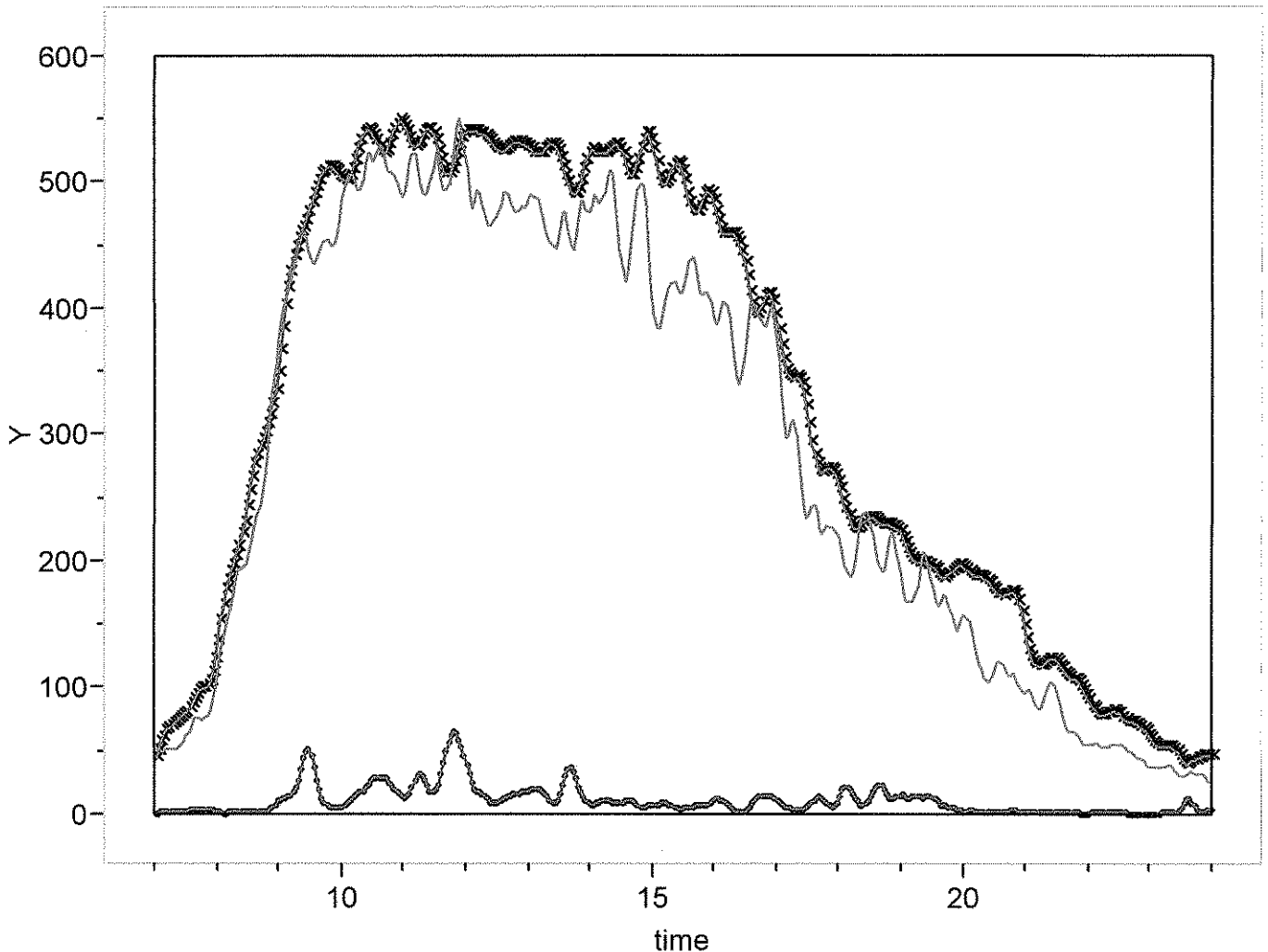
The variable **"time"** is on a 24 hour clock.

_____ = 8/05/02
 _____ = 8/12/02

_____ = 8/19/02
 _____ = 8/26/02

Efficiency Plots

Showing Load and Staffing



Plot is for Monday 8/05/02

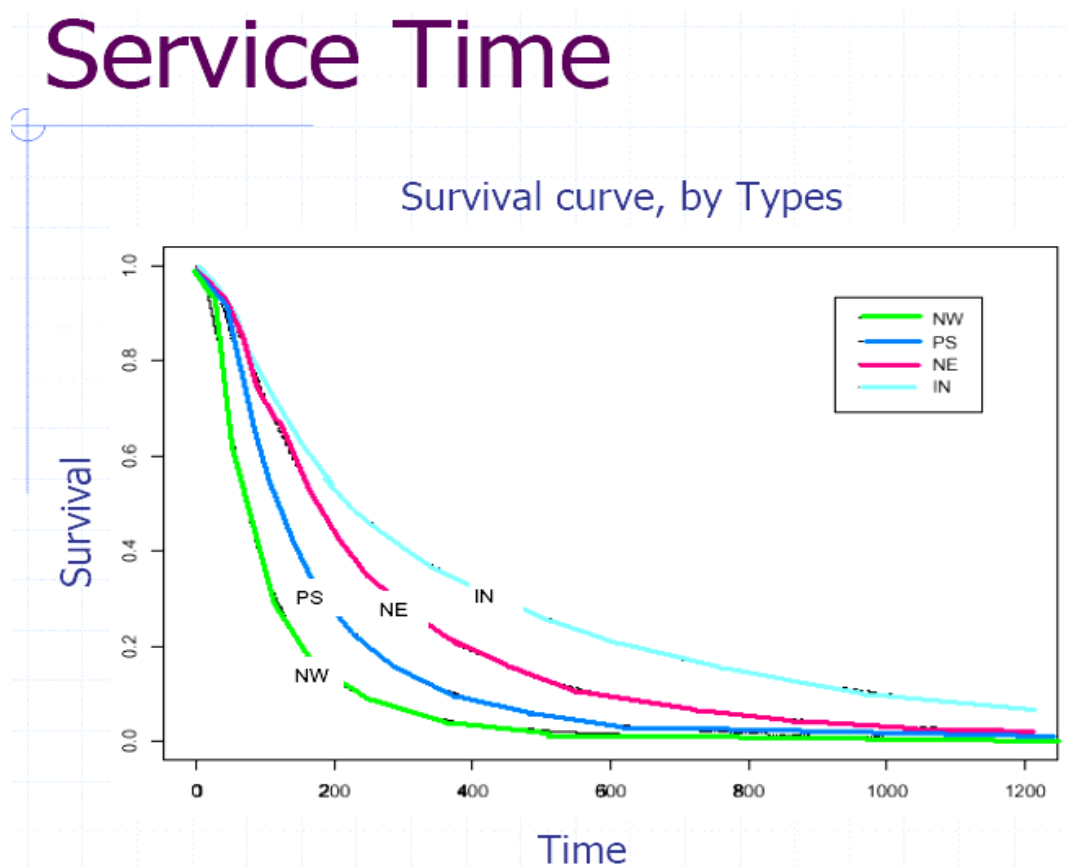
Y — NumberAgents (s)
 — **load (s)**
 - - AvgQueueWaitAll (s)

“Agents” = *Estimate* of number of agents on-duty at that time.
 [In each 150 second interval an agent is estimated to be on-active-duty for the entire interval if (s)he is on the phone sometime in that interval.]

4.1. הגדירו יחס סדר סטוכסטי בין שני משתנים מקריים X ו- Y . (לצורך ההגדרה, השתמשו בסימונים F_X ו- F_Y עבור פונקציות ההתפלגות של X ו- Y בהתאמה).

הגדרה: משתנה מקרי **חיובי** X גדול סטוכסטי מ משתנה מקרי **חיובי** Y אם מתקיים $\bar{F}_X(t) \geq \bar{F}_Y(t)$ לכל $t \geq 0$.
כאשר $\bar{F} = 1 - F$ - פונקצית הישרדות.

4.2. הגרף הבא מתאר את **פונקציית ההישרדות** (*survival function*) של זמן השירות, עבור כל אחד מארבעת סוגי השירות במוקד שהכרנו בקורס.



נסמן ב- T_{PS} משתנה מקרי בעל התפלגות זמן השירות של לקוחות מסוג PS (פעילות שוטפת) וב- T_{NE} משתנה מקרי בעל התפלגות זמן השירות של לקוחות מסוג NE (חדשים).

מי גדול יותר: $E[T_{PS}]$ או $E[T_{NE}]$? ז"א, למי ממוצע גדול יותר. נמקו במדויק, תוך ציטוט העובדות המתמטיות בהן אתם משתמשים.

תשובה: $E(T_{NE}) > E(T_{PS})$

נימוק: מהתמונה אנו רואים $\bar{F}_{NE} > \bar{F}_{PS}$ ולמשתנה מקרי **חיובי** Z מתקיים $E(Z) = \int_0^\infty \bar{F}_Z(t) dt$

שאלה 5 (5 נקודות)

5.1 בכיתה הוסבר שאמד למוצע הסבלנות של לקוח ניתן על ידי

$$\text{סבלנות ממוצעת} = \frac{\text{סך הכל זמן ההמתנה (של משורתיים או נוטיים)}}{\text{מספר הנוטיים}}$$

הסבירו כיצד ניתן להסיק מהאמד הנ"ל את ההצגה:

$$\text{סבלנות ממוצעת} = \frac{\text{זמן ההמתנה של נוטיים}}{\text{ממוצע}} + \frac{\text{זמן ההמתנה של משורתיים}}{\text{ממוצע}} \times \text{אינדקס הסבלנות}$$

עבור הסברכם, הגדירו במדויק את אינדקס הסבלנות.

$$\text{הגדרת אינדקס הסבלנות:} = \frac{\text{מספר משורתיים}}{\text{מספר הנוטיים}}$$

הסבר:

$$= \frac{\text{סך הכל זמן ההמתנה (של משורתיים או נוטיים)}}{\text{מספר הנוטיים}}$$

$$= \frac{\text{זמן ההמתנה של נוטיים}}{\text{מספר הנוטיים}} + \frac{\text{מספר משורתיים}}{\text{מספר משורתיים}} \times \frac{\text{זמן ההמתנה של משורתיים}}{\text{מספר הנוטיים}}$$

$$= \frac{\text{זמן ההמתנה של נוטיים}}{\text{מספר הנוטיים}} + \frac{\text{מספר משורתיים}}{\text{מספר משורתיים}} \times \frac{\text{זמן ההמתנה של משורתיים}}{\text{מספר הנוטיים}}$$

$$\text{סבלנות ממוצעת} = \frac{\text{זמן ההמתנה של נוטיים}}{\text{ממוצע}} + \frac{\text{זמן ההמתנה של משורתיים}}{\text{ממוצע}} \times \text{אינדקס הסבלנות}$$

5.2 בכיתה השתמשנו בדו"ח ה-ACD, המצורף בעמוד הבא, כדי להמחיש את 2 תופעות הבאות:

A. הטרוגניות של סבלנות בין לקוחות

B. ניתוב מבוסס מיומנויות ה"מפלה" לטובה ולרעה בין סוגי לקוחות.

בדו"ח מסוכמים נתוני תפעול יומיים עבור 3 סוגי לקוחות, מהם נלקחו הנתונים הבאים:

משך המתנת נוטשים (ממוצע), בשניות	משך המתנת משורתיים (ממוצע), בשניות	% נוטשים	
26	18	40	Skill 37
22	19	30	Skill 41
57	25	6	Skill 33

השלימו את הטבלה הבאה:

משך סבלנות ממוצע, בשניות	אינדקס הסבלנות	
$26 + 18 * 1.5 = 53$	$\frac{100\% - 40\%}{40\%} = 1.5$	Skill 37
$22 + 19 * 2.33 = 66$	$\frac{100\% - 30\%}{30\%} = 2.33$	Skill 41
$57 + 25 * 24 = 657$	$\frac{100\% - 4\%}{4\%} = 24$	Skill 33

5.3 מי מבין התופעות הנ"ל (A או B) מסבירה טוב יותר את השוני באחוז הנוטשים? נמקו.

A תשובה:

נימוק:

Common Performance

BCMS SKILL REPORT

Switch Name: FDC/HAMPDEN

Date: 7:00 pm WED MAR 10, 1999

Skill: 37

Skill Name: !BA AUTH1

Acceptable Service Level: 30

DAY	ACD CALLS	AVG SPEED ANS	ABAND CALLS	AVG ABAND TIME	AVG TALK TIME	TOTAL AFTER CALL	FLOW IN	FLOW OUT	TOTAL AUX/ OTHER	AVG STAFF	% IN SERV LEVL
3/04/99	637	0:19	219	0:26	1:57	92:05	0	0	4310:06	8.7	66
3/05/99	849	0:06	135	0:06	1:35	179:58	0	0	4299:43	11.3	85
3/06/99	1330	0:11	363	0:13	1:42	280:22	0	0	5592:29	13.2	73
3/07/99	1213	0:12	358	0:18	1:46	226:20	0	0	4830:15	11.5	72
3/08/99	631	0:26	382	0:33	1:57	150:50	0	0	3743:04	7.9	49
3/09/99	570	0:40	487	0:43	1:52	148:41	0	0	3979:04	6.7	38
3/10/99	512	0:29	292	0:28	1:41	243:06	0	0	3046:00	7.9	50
SUMMARY	5742	0:18	2236	0:26	1:46	1321:22	0	0	****:**	9.6	63

Arrivals

Abandons 40%

Switch Name: FDC/HAMPDEN

Date: 7:00 pm WED MAR 10, 1999

Skill: 46

Skill Name: !BA AUTHORIZATION

Acceptable Service Level: 30

DAY	ACD CALLS	AVG SPEED ANS	ABAND CALLS	AVG ABAND TIME	AVG TALK TIME	TOTAL AFTER CALL	FLOW IN	FLOW OUT	TOTAL AUX/ OTHER	AVG STAFF	% IN SERV LEVL
3/04/99	1185	0:22	479	0:31	2:08	190:16	0	0	4213:22	8.4	61
3/05/99	1805	0:05	308	0:04	1:38	337:20	0	0	4299:43	11.3	84
3/06/99	2437	0:12	642	0:12	1:51	444:03	0	0	5592:29	13.2	73
3/07/99	2260	0:13	558	0:14	1:46	326:33	0	0	4830:14	11.5	74
3/08/99	1260	0:35	676	0:28	2:06	308:19	0	0	3743:04	7.9	48
3/09/99	1126	0:40	653	0:34	2:10	250:40	0	0	3979:04	6.7	44
3/10/99	890	0:30	472	0:32	2:16	162:13	0	0	3046:00	7.9	51
SUMMARY	10963	0:19	3788	0:22	1:55	2019:24	0	0	****:**	9.6	65

30%

BCMS SKILL REPORT

Switch Name: FDC/HAMPDEN

Date: 7:01 pm WED MAR 10, 1999

Skill: 33

Skill Name: GA Authorization

Acceptable Service Level: 30

DAY	ACD CALLS	AVG SPEED ANS	ABAND CALLS	AVG ABAND TIME	AVG TALK TIME	TOTAL AFTER CALL	FLOW IN	FLOW OUT	TOTAL AUX/ OTHER	AVG STAFF	% IN SERV LEVL
3/04/99	1248	0:27	61	0:42	1:57	330:04	0	0	4390:04	9.5	72
3/05/99	1521	0:14	37	0:20	1:58	353:48	0	0	6035:35	13.0	85
3/06/99	2388	0:20	130	0:34	2:10	550:16	0	0	6369:58	14.4	76
3/07/99	1748	0:14	66	0:30	2:08	432:16	0	0	4616:11	11.7	82
3/08/99	925	0:18	50	1:00	1:53	191:06	0	0	3835:19	8.4	81
3/09/99	856	0:26	57	0:53	1:54	125:16	0	0	4388:02	8.1	73
3/10/99	959	1:15	125	1:55	1:48	186:44	0	0	4198:39	8.9	53
SUMMARY	9645	0:25	526	0:57	2:02	2169:30	0	0	****:**	10.6	76

6%

BCMS SKILL REPORT

Switch Name: FDC/HAMPDEN

Date: 7:02 pm WED MAR 10, 1999

שאלה 6 (9 נקודות)

נתונה מערכת $M/M/N$ כאשר הפרמטרים הם:

- קצב ההגעה $\lambda = 240$ לקוחות לשעה,
- קצב השירות $\mu = 3.6$ לקוחות לשעה,
- N = מספר השרתים, אותם נשאר כפרמטר כללי.

6.1 נבנה מודל נוזלים המתאים למערכת זו, באופן הבא:

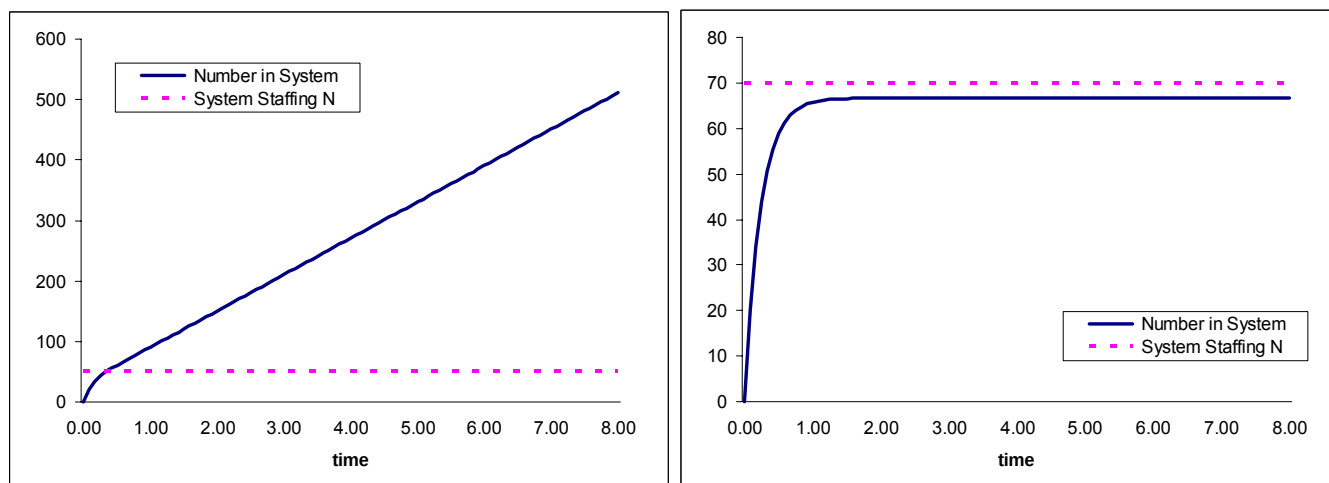
$X(t)$ = סה"כ מספר לקוחות במערכת (בשירות או בתור), בזמן $0 \leq t$.

השלימו את המשוואה הדיפרנציאלית עבור $0 \leq t, X(t)$.

תשובה:

$$\frac{dX(t)}{dt} = \lambda - \mu(X(t) \wedge N)$$

6.2 בגרפים שלהלן מצוירים $X(t)$ עבור $N = 50$ ו- $N = 70$. רואים כי עבור $N = 50$ המערכת מתפוצצת ואילו $N = 70$ מבטיח סטביליות.



בעזרת שימוש במודל המרקוני $M/M/N$, תסבירו את הגרפים הנ"ל וחשבו את ה- N המינימלי שיבטיח סטביליות של המערכת.

הסבר: $\rho = \frac{\lambda}{N\mu} < 1$ מבטיח סטביליות.

$$67 = \left\lceil \frac{\lambda}{\mu} \right\rceil = N$$

6.3 נניח עתה כי לקוחות יכולים לנטוש מהתור, כאשר כל לקוח ננטש באופן בלתי תלוי באחרים, וזאת אחרי זמן מעריכי

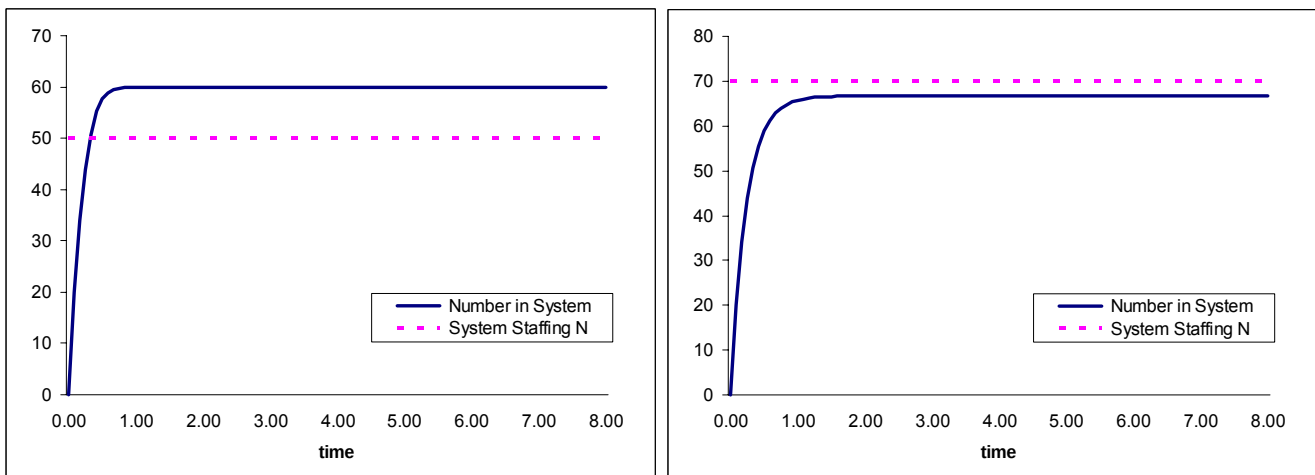
עם ממוצע $\frac{1}{\theta} = 10$ דקות. (המודל המרקובי המתאים הוא כמובן $M/M/N+M$ Erlang-A).

כתבו משוואה דיפרנציאלית עבור מודל נוזלים $X(t)$, $0 \leq t$, המתאים למערכת זו.

תשובה:

$$\frac{dX(t)}{dt} = \lambda - \mu(X(t) \wedge N) - \theta(X(t) - N)^+$$

6.4 בגרפים שלהלן מצוירים $X(t)$ עבור $N = 50$ ו- $N = 70$.



השוו את הגרפים עם אלה מסעיף 5.2. הסבירו, בעזרת המודל המרקובי המתאים, את ההבדלים, וכיצד משפיעות נטיות על המערכת.

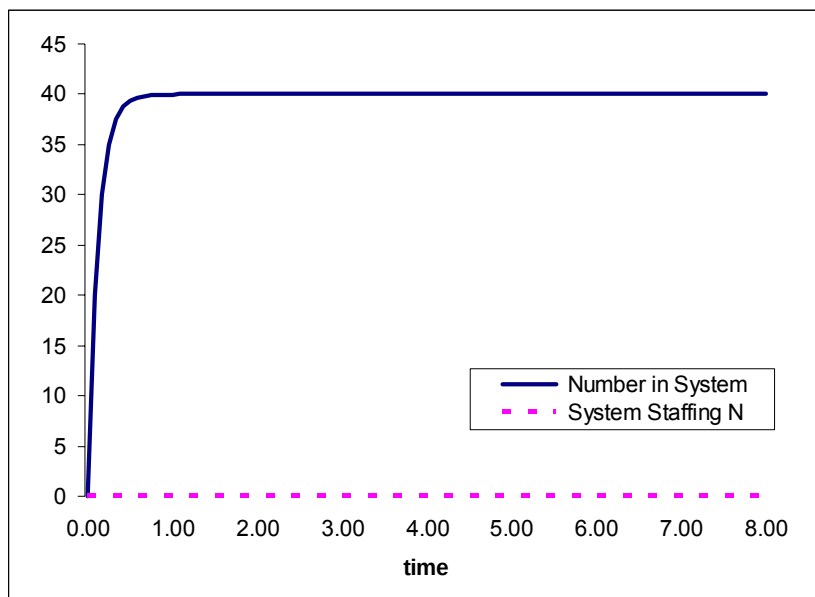
הסבר: **ההבדל הראשון-** המערכת לא מתפוצצת עבור $N = 50$ וזו ההשפעה העיקרית של נטיות. כל מערכת $M/M/N+M$ Erlang-A יציבה.

6.5 **ההבדל השני** הוא שעבור $N = 50$ במערכת נמצאים פחות לקוחות מאשר עבור $N = 70$. וזו כיוון שקצב הנטישה = 6 בשעה גדול יותר מקצב השירות = 3.6 לשעה.

6.6 אנו מעוניינים, על ידי שליטה ב- N , להקטין את עלות הטיפול של המערכת, העלות מורכבת משכר לעובדים : C ש לשעה, וקנס על הנטיות : a ש על כל נטישה. לפי מודל נוזלים, כתבו את הנוסחה לעלות הטיפול על פני תקופה של 8 שעות.
תשובה:

$$Cost = 8cN + \int_0^8 a \cdot \theta(X(t) - N)^+ dt$$

6.7 עבור $c = 36$ ו- $a = 4$ התקבל על-ידי ה- *Excel Solver* כי $N = 0$. ומודל הנוזלים X נראה כך :



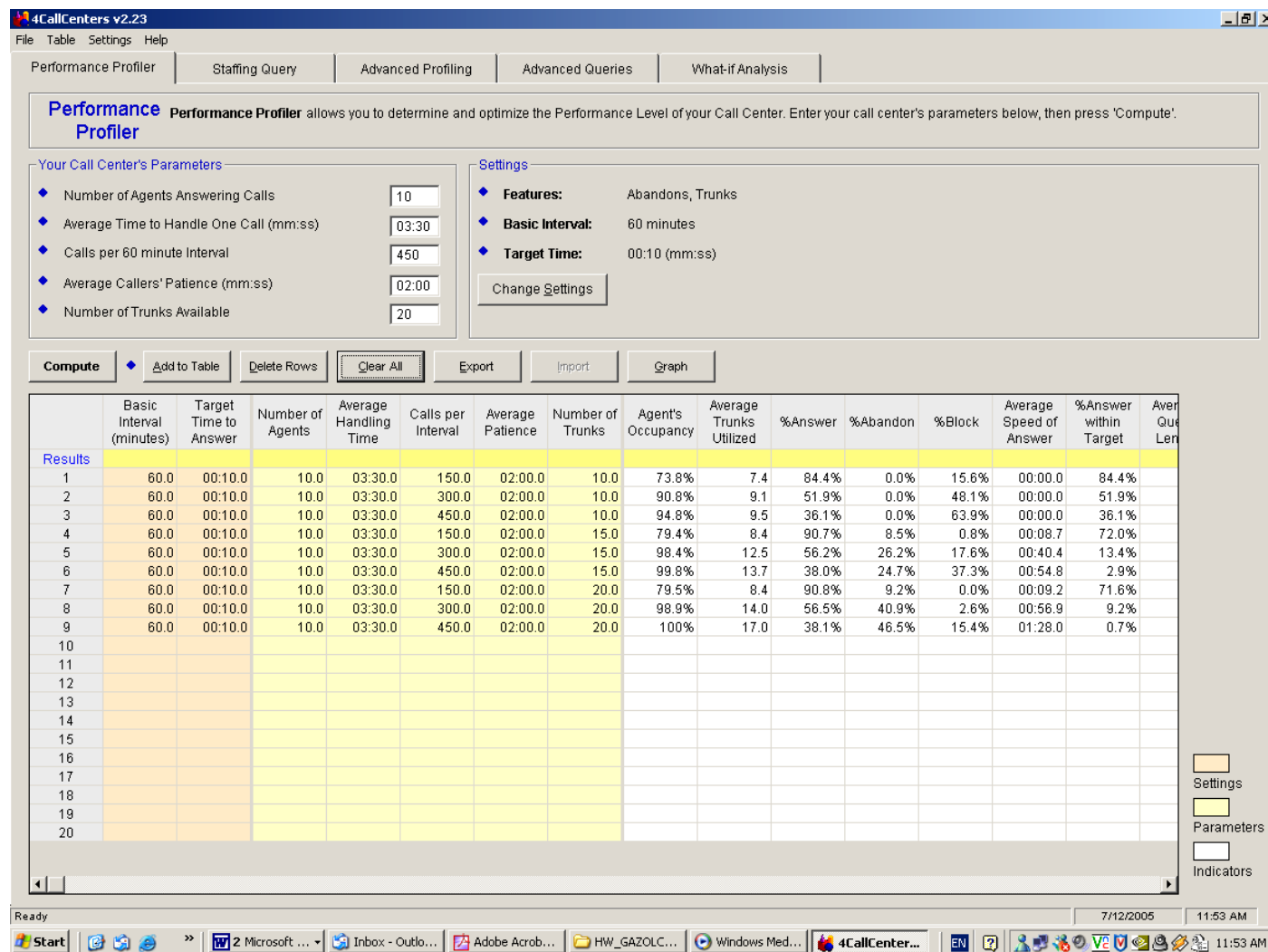
מה משמעות העובדה ש- $N = 0$ אופטימלי?

תשובה: כי עדיף לא לשרת לקוחות כלל ולשלם קנס על נטיות מאשר לשלם שכר לעובדים (שרתים).

מוקד טלפוני ניתן לתיאור ע"י מודל $Erlang - A$ שבו מספר הקווים הטלפוניים מוגבל. הנהלת המוקד מעוניינת לבחון כיצד שינוי במספר הקווים משפיע על ביצועים שונים של המערכת.

במוקד עובדים 10 שרתים. על סמך מדידות ידוע כי ממוצע זמן השירות הוא 3.5 דקות ואילו הסבלנות הממוצעת של לקוחות היא 2 דקות.

להלן נתון פלט מתוכנת- $4CallCenters$, הבודק ביצועים שונים של המוקד, תחת שינויים בקצב המופע ובמספר הקווים.



7.1 במודל הנידון, לקוחות הממתינים לשירות מאזינים למוזיקה, ללא אינפורמציה שימושית כלשהי. על איזה מספר קווים הייתם ממליצים?

תשובה: 15 קווים מאזן את המערכת: 10 קווים גורר הרבה "תפוס" ו-20 קווים גורר הרבה נטישות, תוך נצילות נמוכה של הקווים.

7.2 ניתוח המבוסס על 4CallCenters, כנ"ל, מוגבל לפחות בשני המובנים הבאים:

A. קיימים היבטים אנושיים שבהם המודל לא מתחשב, למשל תחלופה גבוהה של מוקדנים, או יחס הלקוחות ל"תפוס"

B. קיימים היבטים כלכליים שבהם המודל לא מתחשב, למשל עלויות תפעול.

תארו בקצרה כיצד ניתן להמשיך ולהשתמש ב-4CallCenters, כדי לבדוק את המלצתכם בסעיף 7.1, וזאת תוך התייחסות לתרחיש אחד מ-A ולתרחיש אחד מ-B.

ניתוח נוסף ע"י 4CallCenters, בהקשר לתרחיש מ-A:

ההיבט האנושי: עומס גבוה של המוקדנים, הגורם, למשל, לשחיקה ותחלופה.

שימוש ב-4CC: ניתוח תרחישים נוספים, המותאמים למציאת במוקד, תוך שילוב חקר עבודה, של הועמס למוקדנים ו על היחס הלקוחות ל"תפוס".

ניתוח נוסף ע"י 4CallCenters, בהקשר לתרחיש מ-B:

ההיבט הכלכלי: ניתוח תרחישים נוספים ביחד עם תוכנות נוספות כמו EXCEL להתחשבות רבה יותר לעלויות שונות (למשל של הקווים ומשכורות)

שאלה 8 (9 נקודות)

עלות התפעול של מוקד טלפוני, הניתן למידול בעזרת $M/M/N$, כוללת את השכר לעובדים, נניח c ₪ לשעה, וגם את עלות זמן ההמתנה של לקוחות, נניח d ₪ עבור שעת המתנה. נניח כי קצב המופע של לקוחות לא משתנה עם הזמן.

8.1 על סמך גרף 3 המצורף בעמוד הבא, עזרו למנהלת המוקד לקבוע את רמת האיוש האופטימאלית עבור המוקד. אינכם צריכים לבצע חישובים מספריים. מספיק להסביר בקיצור את דרך חישובה של רמת איוש זו.

תיאור הדרד: לפי היחס $r = \frac{d}{c}$ מחשבים את $y^*(r)$ מהגרף. ואז רמת האיוש נתונה ע"י $N = R + y^*(r)\sqrt{R}$

8.2 באיזו תחום תפעולי (QD, ED, QED) יעבוד המוקד, תחת רמת האיוש האופטימלית שהמלצתם בסעיף 8.1, וזאת כאשר

8.2.1 $d = 2c$? הסבירו תשובתכם בקצרה.

התחום התפעולי הוא: QED

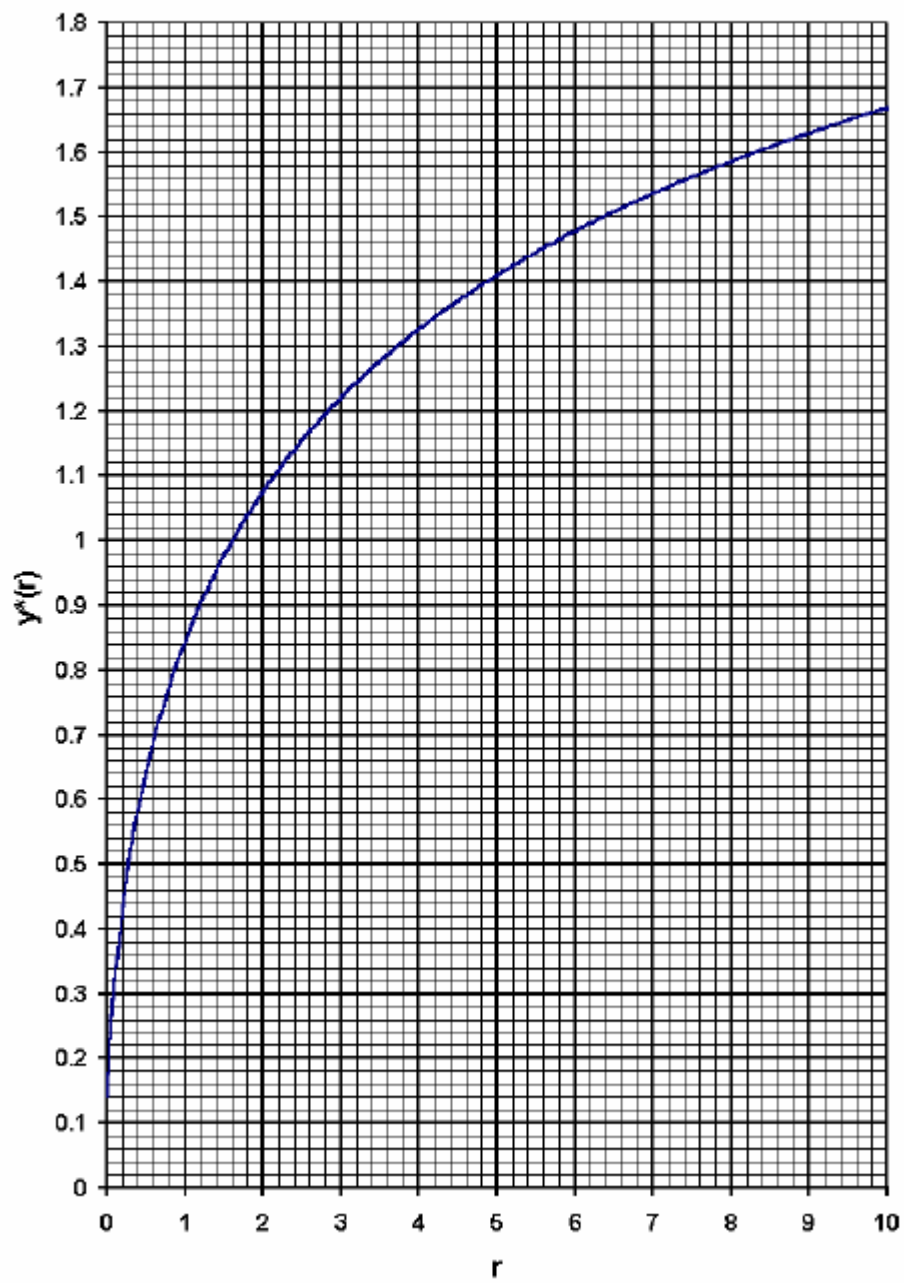
הסבר: $y^* \approx 1$

8.2.2 $d = 0.2c$? הסבירו תשובתכם בקצרה.

התחום התפעולי הוא: ED

הסבר: $y^* \approx 0$

$y^*(r)$, $r = \text{cost of delay} / \text{cost of staffing}$



8.3 כעת נניח כי המערכת מתוארת על ידי מודל $Erlang - A$. ומספר השרתים נתון על ידי כלל השורש $N \approx R + \beta\sqrt{R}$.

על סמך שתי הטבלאות המצורפות בשני העמודים הבאים, ענו על השאלות הבאות:

8.3.1 במערכת עובדים 121 שרתים וקצב המופע הוא 140 לקוחות לדקה. ממוצע זמן שירות שווה לממוצע הסבלנות ושניהם שווים לדקה אחת. מה הוא אחוז הנוטשים במערכת במצב יציב?

תשובה: $N \approx R + \beta\sqrt{R}$, אזי $\beta = \frac{N - R}{\sqrt{R}} = \frac{121 - 140}{\sqrt{140}} \approx -1.6$.

לפי טבלה: $P(Ab) * \sqrt{121} \approx 1.6$, וזה אומר $P(Ab) \approx \frac{1.6}{11} \approx 0.15$.

8.3.2 קצב המופע למערכת הוא 150 לקוחות לדקה, כאשר ממוצע זמן שירות שווה לממוצע הסבלנות ושווה דקה אחת. בעזרת התוכנה $4CallCenters$ התקבל כי ההסתברות להמתין שווה ל-1/2. מהו מספר השרתים בתחנה?

תשובה: לפי הטבלה עבור $GMR(1)$ רואים כי $\beta = 0$. אזי $N = R = 150$.

8.3.3 בהמשך לסעיף 8.3.2, נניח כי קצב המופע גדל פי 4. מהו מספר השרתים שיבטיח כי ההסתברות להמתין לא תעלה על 0.25?

תשובה: לפי הטבלה עבור $GMR(1)$ רואים כי $\beta = 0.75$.

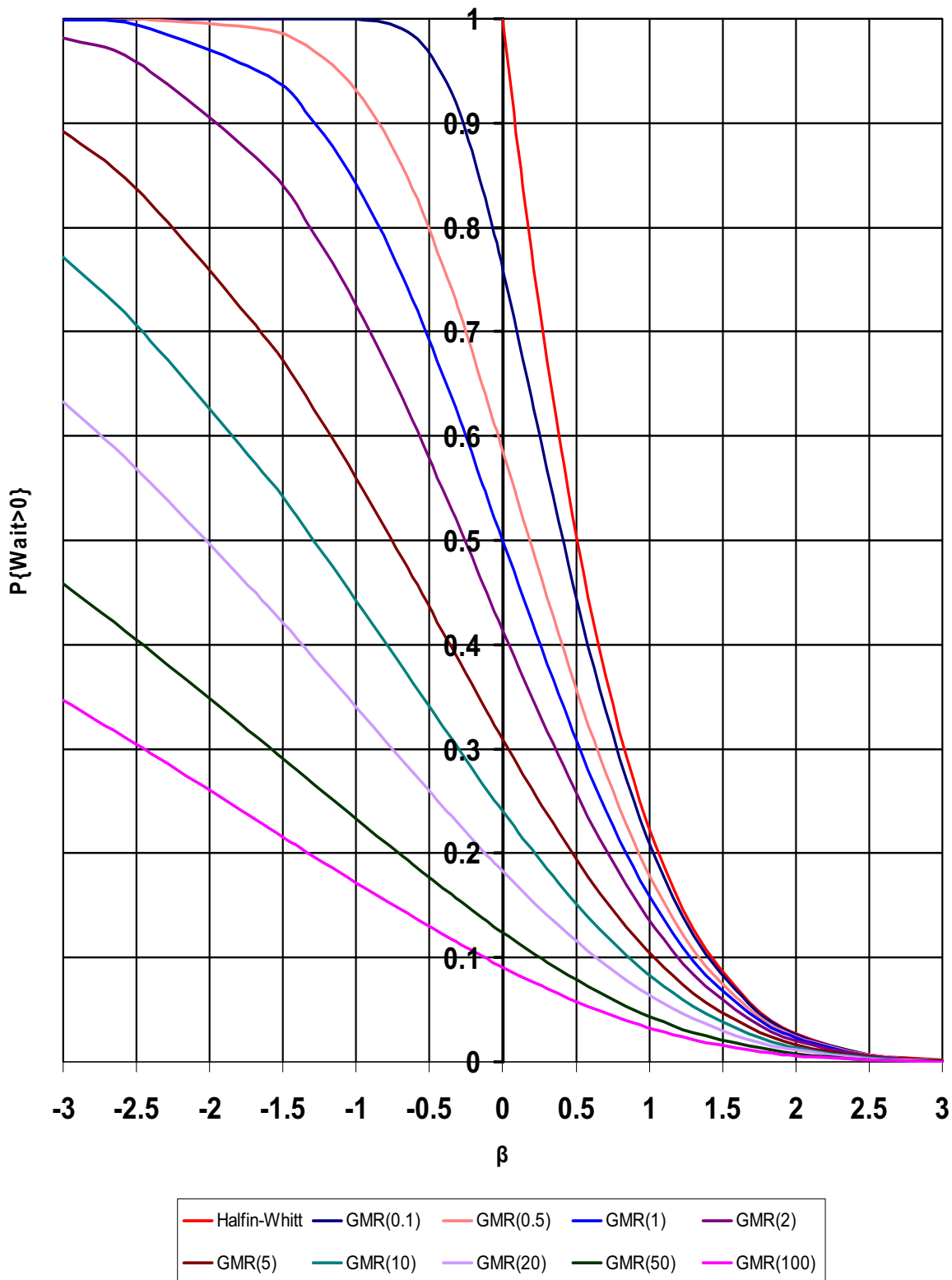
אזי $N = R + 1.75\sqrt{R} = 600 + 0.75\sqrt{600} \approx 619$

8.3.4 מה תהיה הנצילות של שרת תחת רמת האיוש שהתקבלה בסעיף 8.3.3?

תשובה:

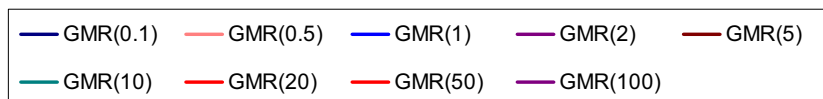
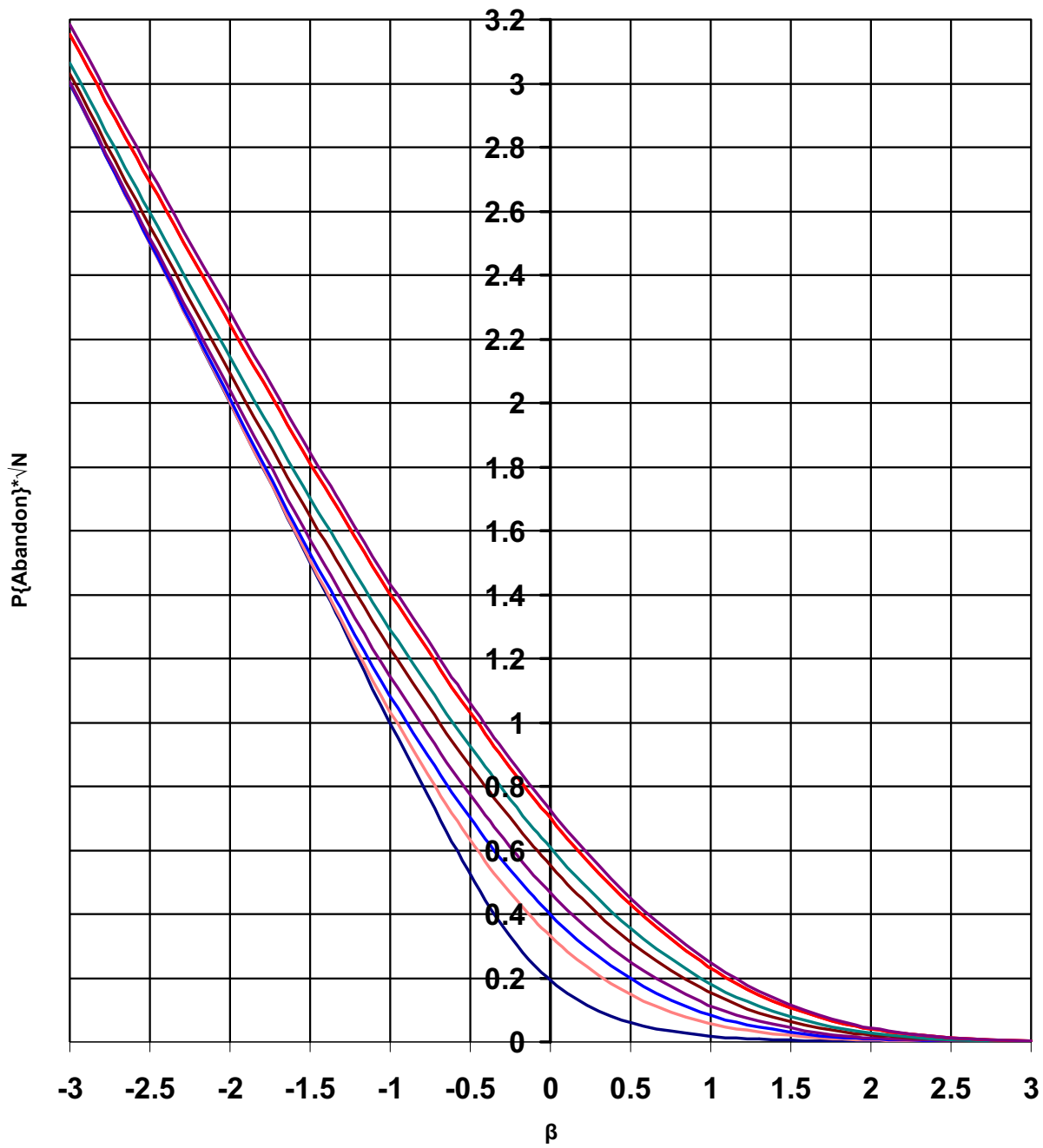
$$\rho = \frac{R}{N\mu} = \frac{600}{619} = 0.97$$

Erlang-A: $P\{\text{Wait}>0\}=\alpha$ vs. β ($N=R+\beta\sqrt{R}$)

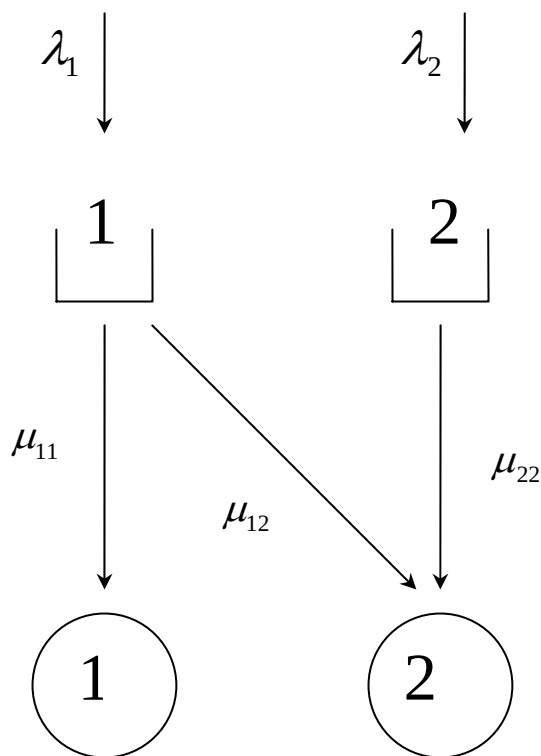


GMR(x) describes the asymptotic probability of delay as a function of β when $\frac{\theta}{\mu} = x$. Here, θ and μ are the abandonment and service rate, respectively.

Erlang-A: $P\{\text{Abandon}\} \cdot \sqrt{N}$ vs. β



נתון מודל של מערכת שירות בארכיטקטורת N, כמתוארת בגרף הבא:



קצבי ההגעה לשני סוגי הלקוחות הם $\lambda_1 = r$ ו- $\lambda_2 = 2r$ לדקה ($0 < r < 1$ הוא פרמטר). בכל תחנה יושב שרת יחיד. שרת 1 יכול לשרת רק לקוחות מסוג 1 עם קצב שירות $\mu_{11} = \frac{1}{2}$. שרת 2 משרת לקוחות מסוג 2 בקצב $\mu_{22} = \frac{8}{3}$, והוא יכול גם לעזור לשרת 1 ולשרת לקוחות מסוג 1 בקצב $\mu_{12} = 2$. קצבי השירות ניתנים ביחידות לדקה.

9.1 תאר בקצרה מערכת שירות אמיתית המתוארת באופן טבעי במודל הנ"ל.

תשובה:

1. A service system with customers speaking 2 languages;
2. VIP customers (type 1) who are also served by Regular servers (type 2) when their queue is too long;
3. VIP servers (type 2) who are also serving Regular customers (type 1) when they idle for too long.

9.2 איזה אחוז לקוחות מסוג 1 צריך שרת 2 לשרת (לעזור לשרת 1) , כדי להבטיח שדרגת התעסוקה של שני השרתים תהיה זהה?

הערה: עבור ערכי r קרובים ל-1, שרת 2 חייב לעזור לשרת 1 כדי שהמערכת לא תתפוצץ. עזרה כנ"ל יכולה, תחת מדיניות שירות מתאימה, להבטיח סטביליות.

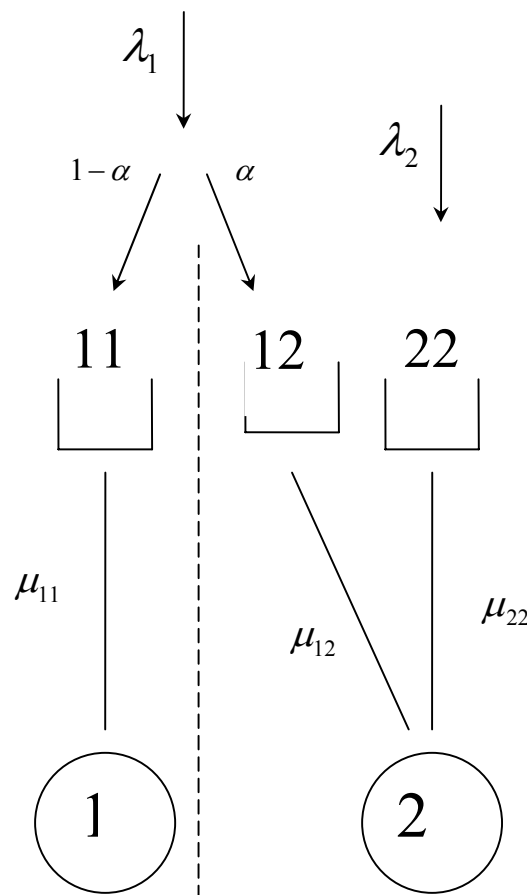
תשובה: 50% או $\alpha = \frac{1}{2}$, כאשר α פותר את המשוואה :

$$\frac{(1-\alpha)r}{\frac{1}{2}} = \frac{\alpha r}{2} + \frac{2r}{\frac{8}{3}}$$

9.3 בסעיף הקודם קיבלתם מספר $\alpha \in (0,1)$, המתאר את פרופורציית הלקוחות מסוג 1 המשורתים בתחנה 2 בממוצע

לטווח ארוך. נפעיל את המדיניות הבאה: עם כל הגעה של סוג 1 מגרילים משתנה מקרי ברנולי עם סיכוי α להצלחה ולפי תוצאת ההגרלה קובעים היכן ישורת הלקוח: בתחנה 2 או בתחנה 1. ההגרלות נעשות בלי קשר למספר האנשים בתחנה כרגע. תחת מדיניות ההגרלות הנ"ל, בעצם מתפרקת המערכת לשתי מערכות כמתואר בציור שלהלן.

נניח ש כל מערכת פועלת במדיניות FCFS. (למשל, לקוחות מסוג 12 ומסוג 22 משורתים FCFS, כאילו עמדו בתור אחד).



9.3.1 כיצד מתפלג זמן השירות בתחנה 2? מצאו את התוחלת ואת השונות שלו.

תשובה:

$$p = \frac{\alpha\lambda_1}{\alpha\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\frac{1}{2} * r}{\frac{1}{2} * r + 2r} = \frac{1}{5} \text{ כאשר } S \sim \begin{cases} \exp(\mu_{12}), & \text{w.p. } p \\ \exp(\mu_{22}), & \text{w.p. } 1-p. \end{cases}$$

$$ES = p \frac{1}{\mu_{12}} + (1-p) \frac{1}{\mu_{22}}, ES^2 = p \frac{2}{(\mu_{12})^2} + (1-p) \frac{2}{(\mu_{22})^2}, Var(S) = ES^2 - (ES)^2$$

9.3.2 חשבו את ממוצע זמן המתנה של כל אחד מהסוגים.

רמז: השתמשו בעובדה שבור מערכת $M/G/1$, ממוצע זמן ההמתנה הוא $EW_q = \frac{ER}{1-\rho}$, כאשר ρ -דרגת

התעסוקה של השרת ו- R הוא שארית זמן השירות. כידוע, $ER = \frac{1}{2} \lambda E(S^2)$.

$$EW_q^{station 1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{r}{2} \cdot \frac{2}{(\mu_{11})^2}}{1 - \frac{\frac{r}{2}}{\frac{1}{2}}} = \frac{r}{2 \cdot (\mu_{11})^2 \cdot (1-r)}, \text{ תשובה: עבור לקוחות של תחנה 1,}$$

$$EW_q^{station 2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} r \left(p \frac{2}{(\mu_{12})^2} + (1-p) \frac{2}{(\mu_{22})^2} \right)}{1-r} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} r \left(p \frac{1}{(\mu_{12})^2} + (1-p) \frac{1}{(\mu_{22})^2} \right)}{1-r}, \text{ עבור לקוחות של תחנה 2,}$$

$$EW_q^{class 1} = \frac{1}{2} EW_q^{station 1} + \frac{1}{2} EW_q^{station 2}, \quad \text{אזי: } EW_q^{class 2} = EW_q^{station 2}$$

9.4 נתבונן רק בשרת 2, ונניח שהוא משרת לפי מדיניות *non-preemption*. זאת אומרת, אם לקוח כלשהו התחיל את שירותו, לא ניתן להפסיק את השירות באמצע וחייבים להמתין עד סיומו של שירות זה כדי להתחיל שירות נוסף. בנוסף, נניח כי לקוחות מסוג 22 מקבלים עדיפות על פני לקוחות מסוג 12.

9.4.1 חשבו את ממוצע זמן ההמתנה של סוג 22.

$$EW_q^{class\ 22} = \frac{ER}{1 - \rho_{22}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} r \cdot \frac{2}{(\mu_{12})^2} + 2r \cdot \frac{2}{(\mu_{22})^2} \right)}{1 - \frac{3}{4} r} \quad \text{תשובה:}$$

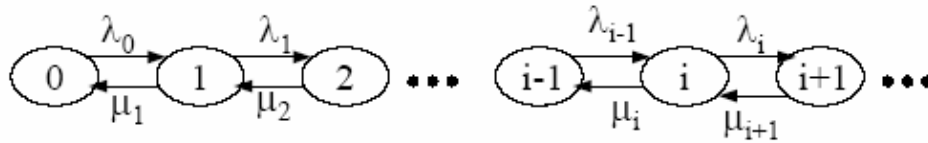
9.4.2 עבור שרת 2, במצב יציב, איזו מדיניות שירות תביא למינימום את סך מספר הלקוחות המחכים לשירותו?

תשובה:

שרת 2 ניצב בפני 2 סוגי לקוחות, כמתואר בתרגיל על Priority Queues. כלל ה- $c\mu$ (כששרת מתפנה הוא יבחר לשרת את הלקוח עם ערך ה- $c\mu$ הגבוה ביותר) המוצג בתרגיל זה מביא למינימום את עלויות ההמתנה בתור. במקרה שלנו $C_{12} = C_{22} = 1$ ולכן צריך לתת עדיפות לסוג 12 כי $\mu_{22} < \mu_{12}$.

תהליך לידה ומות, כמתואר בגרף הבא, ניתן לאנימציה בתחנת שירות: לידה פרושו מופע, מות פרושו סיום שירות.

Birth & Death Model of a Service Station



- i – number-in-system;
- λ_i – arrival rate given i customers in system;
- μ_i – service rate given i customers in system.

נניח שתחנת השירות ארגודית, עם התפלגות מצב יציב $\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots$

10.1 מהו קצב המופע λ של לקוחות לתחנה, במצב יציב?

$$\sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i \pi_i$$

תשובה:

10.2 מהו קצב סיומי השירות δ בתחנה, במצב יציב?

$$\sum_{i=0}^{\infty} \mu_{i+1} \pi_{i+1}$$

תשובה:

10.3 האם $\delta = \lambda$? אם כן – הוכיחו, אם לא – תסבירו.

תשובה: כן

הוכחה / הסבר: לפי שיטת החתכים, עבור כל i מתקיים $\mu_{i+1} \pi_{i+1} = \lambda_i \pi_i$.