



מרצה : פרופסור אבישי מנדלבאום
מתרגל : איתמר זייד

תאריך הבחינה : 10.07.2011

מס' סטודנט _____

שם _____

הנדסת מערכות שירות – 096324

מועד א' – סמסטר אביב תשע"א 2011

- המבחן נמשך **שלוש** שעות. באחריותך להחזירו במועד.
- **המבחן בחומר סגור.**
- **מותר להשתמש במחשבון.**
- המבחן כולל **30** עמודים, כולל עמוד זה.
- **כאשר נדרשים חישובים, ניתן לעגלם באופן שאינו פוגע בהבנת התשובה.**
- מלאו את הפרטים הנדרשים בראש העמוד, בכתב ברור בבקשה.
- על התשובות יש לענות במקומות המיועדים, שאמורים להספיק: מלל מיותר יגרע ניקוד.
- יש לתת **הסברים או הוכחות רק אם** התבקשתם במפורש לעשות זאת.

ניקוד : שאלה 1	_____ מתוך 10 נקודות	תרגילי בית
שאלה 2	_____ מתוך 10 נקודות	הרצאות/תרגולים/בחינות קודמות
שאלה 3	_____ מתוך 20 נקודות	יישום
שאלה 4	_____ מתוך 10 נקודות	תיאוריה

ס ה " כ _____ מתוך 50 נקודות

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1 תרגילי בית (10 נקודות)

מודלים אמפירים ו- SEESat

להלן נתון חלק מדו"ח call by call data של בנק אמריקאי מיום ה-25 למאי 2001 (טבלה 1). בנוסף, מצורפת טבלה הכוללת נתוני הגעות מצטברות ועזיבות מצטברות מהמערכת, מהתור ומהשירות (טבלה 2). שעות פעילות המוקד ביום זה הן 06:00-23:00. הדוחות מתייחסים לסוג שירות "Summit".

לנוחיותכם, הדוחות מצורפים גם בשני העמודים האחרונים של הבחינה, כדי שתוכלו לתלוש עמודים אלו ולהשתמש בהם למענה על השאלות הבאות.

טבלה 1

call_id	q_start	q_exit	ser_start	ser_exit	outcome	wait_time	service_time	Agent
510013309	06:23:00	06:23:07	06:23:08	06:25:01	Agent	7	113	23015
510013355	06:23:19	06:24:30	06:24:31	06:24:51	Agent	71	20	23007
510013559	06:24:52	06:24:52	06:24:52	06:26:57	Agent	0	125	23007
510013814	06:26:32	06:26:33	06:26:33	06:27:27	Agent	1	54	23015
510013830	06:26:36	06:26:38	00:00:00	00:00:00	Abandon	2	0	0
510013871	06:26:47	06:26:57	06:26:58	06:28:45	Agent	10	107	23007
510014006	06:27:53	06:27:53	06:27:53	06:29:46	Agent	0	113	23015
510014071	06:28:15	06:28:45	06:28:46	06:29:04	Agent	30	18	23007
510014116	06:28:35	06:29:04	06:29:05	06:30:31	Agent	29	86	23007
510014132	06:28:43	06:29:46	06:29:47	06:31:27	Agent	63	100	23015
510014196	06:29:05	06:30:31	06:30:32	06:34:32	Agent	86	240	23007
510014425	06:30:38	06:31:27	06:31:27	06:34:31	Agent	49	184	23015
510014578	06:31:32	06:34:31	06:34:32	06:35:54	Agent	179	82	23015
510014674	06:32:06	06:34:32	06:34:33	06:37:04	Agent	146	151	23007
510014702	06:32:18	06:33:00	00:00:00	00:00:00	Abandon	42	0	0
510014712	06:32:26	06:35:54	06:35:55	06:37:37	Agent	208	102	23015
510014750	06:32:37	06:36:08	06:36:09	06:47:58	Agent	211	709	23041
510014927	06:33:46	06:37:04	06:37:05	06:43:49	Agent	198	404	23007
510015175	06:35:19	06:36:04	00:00:00	00:00:00	Abandon	45	0	0
510015368	06:36:28	06:37:37	06:37:38	06:39:53	Agent	69	135	23015
510015393	06:36:35	06:37:54	00:00:00	00:00:00	Abandon	79	0	0
510015405	06:36:39	06:39:53	06:39:54	06:51:04	Agent	194	670	23015
510015441	06:36:55	06:43:49	06:43:50	06:45:58	Agent	414	128	23007
510015539	06:37:41	06:45:58	06:45:59	06:47:44	Agent	497	105	23007
510015752	06:38:54	06:39:14	00:00:00	00:00:00	Abandon	20	0	0
510015802	06:39:13	06:40:31	00:00:00	00:00:00	Abandon	78	0	0
510016057	06:40:42	06:40:59	00:00:00	00:00:00	Abandon	17	0	0
510016208	06:41:36	06:47:44	06:47:45	06:51:29	Agent	368	224	23007
510016446	06:42:56	06:47:58	06:47:59	06:48:31	Agent	302	32	23041
510016552	06:43:35	06:45:36	00:00:00	00:00:00	Abandon	121	0	0
510016619	06:44:02	06:48:31	06:48:32	06:50:56	Agent	269	144	23041
510016625	06:44:05	06:46:13	00:00:00	00:00:00	Abandon	128	0	0
510016700	06:44:32	06:50:56	06:50:57	06:56:20	Agent	384	323	23041
510016708	06:44:36	06:51:04	06:51:05	06:53:01	Agent	388	116	23015
510016925	06:45:53	06:51:29	06:51:30	06:53:14	Agent	336	104	23007
510017302	06:48:04	06:53:01	06:53:02	06:54:12	Agent	297	70	23015
510017389	06:48:31	06:49:30	00:00:00	00:00:00	Abandon	59	0	0
510017423	06:48:42	06:53:14	06:53:14	06:54:56	Agent	272	102	23007
510017606	06:49:55	06:54:12	06:54:12	06:55:49	Agent	257	97	23015
510017636	06:50:03	06:51:57	00:00:00	00:00:00	Abandon	114	0	0
510017717	06:50:38	06:54:56	06:54:57	06:56:50	Agent	258	113	23007

time	Arr_sys	Dep_sys	Arr_q	Dep_q	Arr_ser	Dep_ser
06:15	6	6	6	6	5	5
06:16	6	6	6	6	5	5
06:17	6	6	6	6	5	5
06:18	6	6	6	6	5	5
06:19	7	6	7	7	6	5
06:20	7	6	7	7	6	5
06:21	7	6	7	7	6	5
06:22	8	6	8	8	7	5
06:23	9	6	9	9	8	5
06:24	11	7	11	10	9	6
06:25	12	9	12	12	11	8
06:26	12	10	12	12	11	9
06:27	15	12	15	15	13	10
06:28	16	13	16	16	14	11
06:29	19	14	19	17	15	12
06:30	20	16	20	19	17	14
06:31	21	17	21	20	18	15
06:32	22	18	22	21	19	16
06:33	26	18	26	21	19	16
06:34	27	19	27	22	19	16
06:35	27	21	27	24	21	18
06:36	28	22	28	25	22	19
06:37	32	24	32	27	23	20
06:38	33	27	33	30	25	22
06:39	34	27	34	30	25	22
06:40	35	29	35	32	26	23
06:41	36	31	36	34	26	23
06:42	37	31	37	34	26	23
06:43	38	31	38	34	26	23
06:44	39	32	39	35	27	24
06:45	43	32	43	35	27	24
06:46	44	34	44	37	28	25
06:47	44	35	44	38	28	25
06:48	44	37	44	40	30	27
06:49	47	38	47	41	31	28
06:50	48	39	48	42	31	28
06:51	51	40	51	43	32	29
06:52	53	43	53	46	34	31
06:53	54	43	54	46	34	31
06:54	54	45	54	48	36	33
06:55	54	47	54	50	38	35
06:56	56	49	56	52	39	36
06:57	59	52	59	55	41	38
06:58	59	53	59	56	42	39
06:59	60	54	60	57	43	40
07:00	60	55	60	59	44	40
07:01	62	57	62	62	46	41
07:02	64	57	64	64	48	41
07:03	70	62	70	68	51	45
07:04	70	63	70	70	53	46
07:05	71	65	71	71	54	48
07:06	74	67	74	74	57	50
07:07	79	69	79	78	61	52
07:08	80	72	80	80	63	55

1.1.1 כיצד תחשבו את ממוצע זמן ההמתנה של לקוחות שנכנסו למוקד בין 06:28 ל-07:01. הסבירו ופרטו את תשובתכם, תוך שימוש בשמות העמודות בטבלאות שבנתונין אתם משתמשים. אין צורך בחישובים.

תשובה:

יש לחשב ממוצע על פני עמודת wait_time עבור שיחות נכנסות בין 06:28 ל- 07:01 (כולל זמני המתנה השווים ל-0).

1.1.2 כיצד ניתן בעזרת שימוש במודל נוזלים לאמוד את ממוצע זמן ההמתנה של לקוח הנכנס למוקד בין 06:28 ל-07:01. הסבירו תחילה מה עליכם להניח כדי שמודל הנוזלים יהיה רלוונטי, תארו את תהליך האמידה והסבירו האם האמד שתקבלו שונה מהאמד שמחושב לפי סעיף 1.1.1, או שווה לו.
רמז: השתמשו בנתונים המופיעים בטבלה 2.

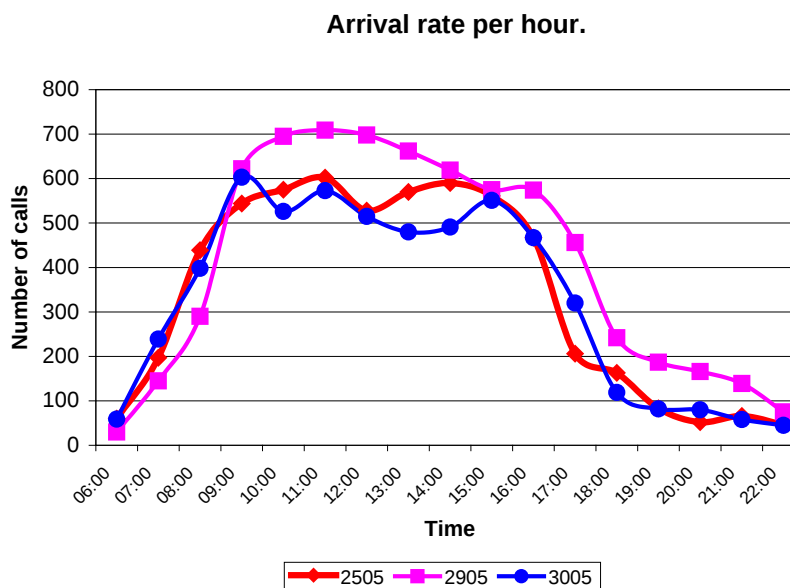
תשובה:

לשם שימוש במודל נוזלים נניח כי לקוחות מקבלים שירות לפי מדיניות שירות First Come First Served. תיאור תהליך האמידה: מכיוון שאנו מניחים מדיניות FCFS, נתאים ללקוח ה- i שנכנס לתור את זמן היציאה ה- i מהתור, נחשב את זמני ההמתנה תחת הנחה זו, ואת ממוצעים.
מכיוון שבתחילת האינטרוול (6:28) ובסופו (7:01) התור ריק (מטבלה 2: Arr_q=Dep_q), שני האמדים יהיו זהים בערכם.

חלק 2 מופעים

לפניכם מוצג גרף המתאר, על פני יום, את מספר המופעים בשעה למוקד השירות של הבנק הנידון, בימים ה- 25, 29 ו- 30 במאי 2001 (גרף 1).

גרף 1



1.2.1 תארו כיצד חושבו הנתונים לשם יצור הגרף לעיל, ותנו דוגמא לחישוב אחד מהערכים בגרף, תוך שימוש בנתונים שבטבלאות הנתונות בתחילת השאלה. הסבירו ופרטו את תשובתכם, תוך שימוש בשמות עמודות הנתונים בהם אתם משתמשים.

תשובה:

לפי טבלה 1: לפי עמודת q_{start} (זמני כניסה לתור) נספור את מספר המופעים למוקד השירות בכל שעה.
 לפי טבלה 2: מספר המופעים בשעה ה- i יהיה שווה לסך המופעים מתחילת היום עד תום השעה ה- i ית פחות מספר המופעים המצטבר עד תום השעה ה- $i-1$. לשם חישוב זה נשתמש בנתונים שבעמודה Arr_{sys} .

דוגמא: תוך שימוש בנתונים שבטבלה 2, מספר המופעים ביום ה- 25 למאי 2001 בין 06:00 ל- 07:00 הינו 60.

1.2.2 האם יתכן כי ההשערה הבאה נכונה: "המופעים בין השעה 7:00 ל- 24:00 מתאימים לתהליך פואסון הומוגני בזמן (עם קצב מופע קבוע)"? הסבירו תשובתכם.

תשובה:

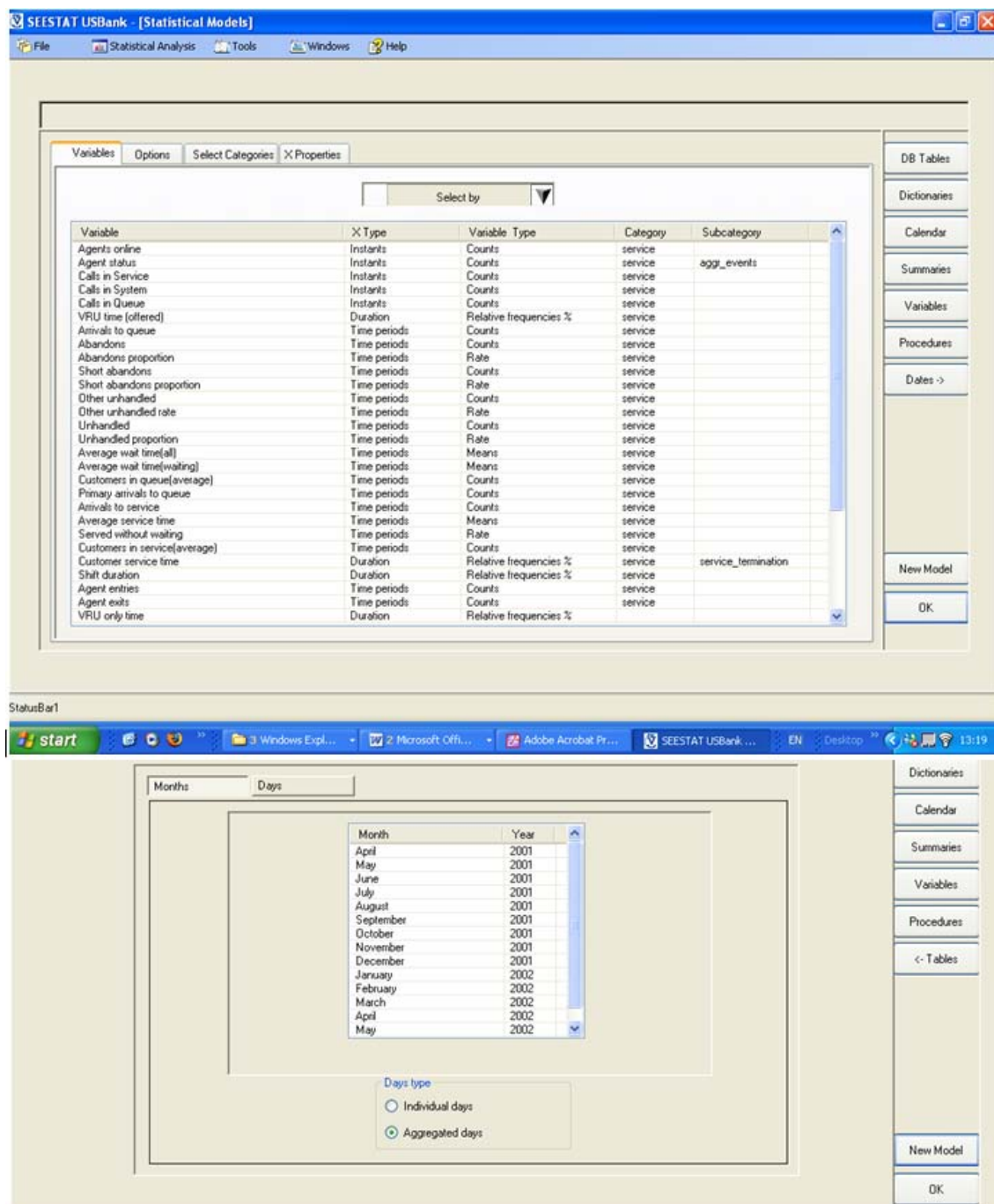
לא יתכן שקצב המופע קבוע מכיוון שיש שוני רב בין השעות השונות במהלך היום.

1.2.3 כיצד ניתן לבדוק, בעזרת הנתונים הנ"ל, את ההשערה הבאה: "המופעים בין השעה 7:00 ל- 24:00 מתאימים לתהליך פואסון הומוגני לא הומוגני בזמן"? הסבירו תשובתכם.

תשובה:

כדי לבדוק זאת, יש לחלק את היממה למקטעים קטנים שבהם ניתן להניח שהקצב קבוע. לדוגמה קטעים באורך 10 שניות. נבצע בעזרת שיטת Brown, טרנספורמציה של הזמנים הבין מופעיים בכל אינטרוול לזמנים עם קצב 1 (בכל אינטרוול הטרנספורמציה תהיה בהתאם לקצב הממוצע באינטרוול) ונבדוק, בעזרת QQ Plot, האם קיבלנו זמנים (בין מופעיים) המתפלגים מעריכית עם קצב 1.

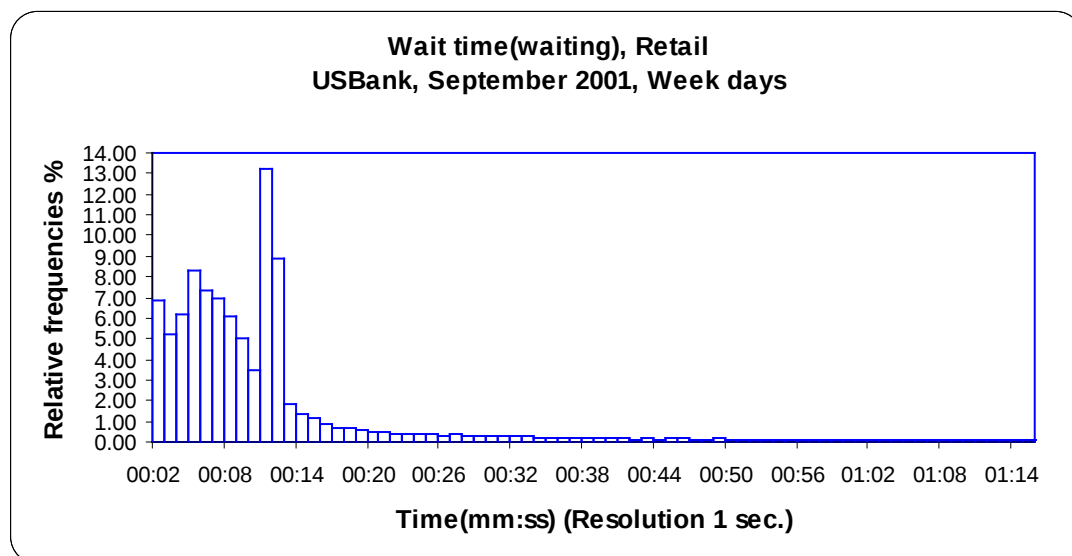
1.2.4 תארו במדויק, ככל שתוכלו, כיצד ניתן לייצר את גרף קצבי המופע הנ"ל בעזרת תוכנת SEESat. (לשם תזכורת הפונקציות של התוכנה, צרפנו תצוגה של שני עמודים מממשק התוכנה).



תשובה :

נבחר במשתנה Arrivals to queue, בסוג שירות Summit וברזולוציה של 60 דקות. נעבור לבחירת התאריכים ונסמן את May 2001. נבחר באופציית ה- Individual days ונסמן את שלושת הימים (25, 29 ו-30).

1.2.5 בעת ביצוע ניתוחים שונים בתוכנת ה-SEESat, הציג מנהל המוקד גרף המתאר את זמני ההמתנה של לקוחות Retail שהמתינו בתור, בימי חול בחודש ספטמבר 2001. הגרף נראה למנהל המוקד מוזר במקצת. האם אתם יכולים להסביר מדוע הוא נראה כך?



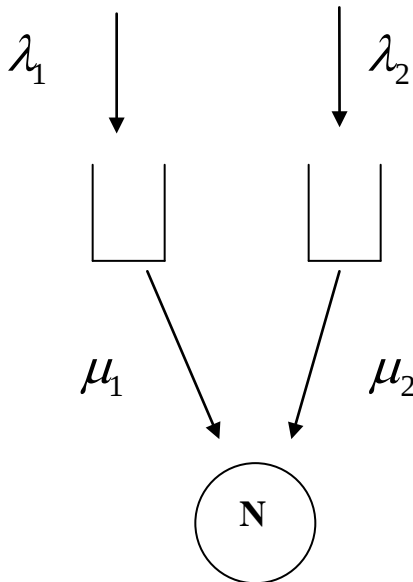
תשובה:

בהיסטוגרמה של זמני ההמתנה של לקוחות שהמתינו בתור ניתן לזהות peak המתרחש עבור זמן המתנה 12 שניות, קפיצה זו נוצרת כתוצאה מפרוטוקול הניתוב של מערכת הטלפונים במוקד. אם לקוח מסוג זה ממתין יותר מ-12 שניות, הוא מועבר לתור כללי, ואז סביר שיענה מיידית (ע"י מוקדנים פנויים מהמוקדים האחרים).

שאלה 2 בחינות קודמות (10 נקודות)

חלק 1. מודל נוזלים

נתונה מערכת תורים בארכיטקטורת V, המתוארת בציור הבא:



הפרמטרים של מודל המערכת נתונים ע"י:

- ♦ λ_1 (λ_2) - קצבי מופע לקוחות מסוג 1 (2),
- ♦ μ_1 (μ_2) - קצבי שירות לקוחות מסוג 1 (2),
- ♦ N - מספר השרתים בתחנה

המערכת פועלת לפי מדיניות שהיא *preemptive*, ז"א ניתן בכל רגע להפסיק שירות של לקוח ולהחזירו להמתנה בתור מהסוג שלו, אבל אסור "לזרוק" לקוחות מהמערכת. בנוסף, המדיניות הינה *work conserving*, דהיינו, השרתים נותנים שירות כאשר יש לקוחות בתור (ז"א לא ייתכן מצב שבו יש שרתים פנויים ובעת ובעונה אחת יש גם לקוחות הממתינים בתור).

לצורך בנית **מודל נוזלים** למערכת הנ"ל, נגדיר את המשתנים הבאים:

$X_1(t)$ = סה"כ מספר הלקוחות מסוג 1 במערכת (בשירות או בתור), בזמן $0 \leq t$.

$X_2(t)$ = סה"כ מספר הלקוחות מסוג 2 במערכת (בשירות או בתור), בזמן $0 \leq t$.

2.1.1 כתבו משוואה דיפרנציאלית עבור $X_1(t)$ ו- $X_2(t)$, $0 \leq t$, תחת ההנחה שהתחנה נותנת עדיפות ללקוחות מסוג

1.

תשובה:

$$\frac{dX_1(t)}{dt} = \lambda_1 - \mu_1(X_1 \wedge N)$$

$$\frac{dX_2(t)}{dt} = \lambda_2 - \mu_2(X_2 \wedge (N - X_1)^+)$$

2.1.2 כתבו ביטוי למספר הכולל של הממתינים בתור בזמן t . (השתמשו ב- N , $X_1(t)$ ו- $X_2(t)$).

תשובה:

$$(X_1(t) + X_2(t) - N)^+$$

כאלטרנטיבה לעדיפות הנ"ל ללקוחות מסוג 1, נגדיר מדיניות חדשה ששומרת על תורים שווים בשני הסוגים. ז"א, משרתים לקוחות מסוג 1 ומסוג 2 באופן שבכל רגע $0 \leq t$, מספר הממתינים בתור מסוג 1 שווה למספר הממתינים בתור של סוג 2.

2.1.3 כתבו משוואה דיפרנציאלית עבור $X_1(t)$ ו- $X_2(t)$, $0 \leq t$, תחת מדיניות אלטרנטיבית זו.

תשובה:

$$\frac{dX_1(t)}{dt} = \lambda_1 - \mu_1 \left(X_1 - \frac{1}{2}(X_1 + X_2 - N)^+ \right)$$

$$\frac{dX_2(t)}{dt} = \lambda_2 - \mu_2 \left(X_2 - \frac{1}{2}(X_1 + X_2 - N)^+ \right)$$

2.1.4 שאלת בונוס

תנו דוגמא פשוטה המראה שלמשוואה שכתבתם בסעיף 2.1.3 אין תמיד פתרון, ז"א: הציעו אוסף פרמטרים עבורם לא נוכל לשמור של תורים שווים בשני הסוגים. נמקו!

תשובה

נניח כי $\lambda_1 = 100, \lambda_2 = 0.5$, במידה ובמערכת זו נבחר במדיניות בה לקוחות מסוג 1 מקבלים שירות לפני לקוחות מסוג 2 נקבל כי קצב התמלאות התור בתור מספר 1 הוא 99, בעוד קצב התמלאות התור בתור מספר 2 הוא 0.5. כלומר תור מספר 1 יהיה גדול מתור מספר 2 בצורה משמעותית. בנוסף, כל מדיניות אחרת שנבחר רק תגדיל את קצב גדילת התור בתור מספר 1 ותקטין את קצב גדילת התור בתור מספר 2. לכן במערכת זו, לא ניתן להגיע לשוויון בין שני התורים. כלומר, אין פתרון למערכת המשוואות הנ"ל.

חלק 2. פונקצית סיכון (Hazard Rate)

2.2.1 עבור מ"מ X אי שלילי עם פונקצית התפלגות F_X ופונקצית צפיפות f_X , הגדירו את פונקצית הסיכון h_X .

תשובה:

$$h_X(t) = \frac{f_X(t)}{1 - F_X(t)}, \quad t \geq 0$$

נתונות N ריאליזציות (מדידות) של משתנה מקרי Z רציף וחיובי עם התפלגות לא ידועה. המטרה היא לאמוד את ה-hazard rate של Z על סמך מדידות אלו. נניח שכל המדידות שייכות לאינטרוול $[0, T]$. נחלק את הקטע $[0, T]$ לאינטרוולים קטנים באורך Δ כל אחד, ועבור כל אינטרוול קטן j , $(j = 1, 2, \dots)$ נגדיר:

- ♦ d_j - מספר המדידות שנפלו באינטרוול j ,
- ♦ r_{j-1} - סה"כ המדידות מתוך N , שלא שייכות ל- $j-1$ האינטרוולים הקודמים ($r_0 = 0$).

לפשטות נניח כי הצפיפות של Z נשארת קבועה בכל אינטרוול קטן.

2.2.2 כתבו אמד לצפיפות Z באינטרוול j .

תשובה:

$$f_Z(t) = \frac{d_j}{n \cdot \Delta}, \quad t \in \text{interval } j.$$

2.2.3 כתבו אמד לפונקצית ההישרדות (survival function) של Z באינטרוול j .

תשובה:

$$\bar{F}_Z(t) = \frac{r_{j-1} - \frac{1}{2}d_j}{n} \quad t \in \text{interval } j.$$

2.2.4 כתבו אמד לפונקצית קצב הסיכון (hazard rate) של Z , כפונקציה על האינטרוול $[0, T]$.

תשובה:

$$h_z(t) = \frac{d_j}{(r_{j-1} - \frac{1}{2}d_j) \cdot \Delta} \quad t \in \text{interval } j.$$

שאלה 3 יישום (20 נקודות)

חלק 1 – שיפור השירות במוקד טלפוני

למוקד שירות טלפוני של חברה סלולארית נכנסות 900 אלף שיחות בממוצע לכל חודש (חודש של 30 ימים). משך שיחה ממוצעת הינו כ 6 דקות.

להלן, צילום מסך של חלון הקלט של תוכנת 4CC.

4CallCenters v2.23

File Table Settings Help

Performance Profiler | Staffing Query | Advanced Profiling | Advanced Queries | What-if Analysis

Performance Profiler Performance Profiler allows you to determine and optimize the Performance Level of your Call Center. Enter

Your Call Center's Parameters

- ◆ Number of Agents Answering Calls 97
- ◆ Average Time to Handle One Call (mm:ss) ?
- ◆ Calls per 60 minute Interval ?
- ◆ Average Callers' Patience (mm:ss) 12:00

Settings

- ◆ Features: Abandons
- ◆ Basic Interval: 60 minutes
- ◆ Target Time: 00:00 (mm:ss)

Change Settings

3.1.1 מלאו את שני הנתונים החסרים (שבהם מופיעים סימני שאלה ?), כאשר מדובר בשעת צהריים בה מגיעות בממוצע $\frac{1}{24}$ מכלל השיחות היומיות.

תשובה:

משך השיחה הממוצע הינו 06:00 דקות, בעוד קצב הכניסה אל המערכת עבור אינטרוול זמן של 60 דקות הוא:

$$\frac{900,000}{30 \cdot 24} = 1250$$

להלן, צילום מסך של חלון הפלט של תוכנת 4CC, עבור מודל המתאר את המתרחש בחברה הסלולארית הנ"ל.

	Basic Interval (minutes)	Target Time to Answer	Number of Agents	Average Handling Time	Calls per Interval	Average Patience	Agent's Occupancy	%Answer	%Abandon	Average Speed of Answer	%Answer within Target	Average Queue Length
Results	60.0	00:00.0	97.0			12:00.0	100%			03:00.7	.0%	56.0
1												

3.1.2 חשבו את ה Offered-Load! באיזה תחום תפעולי נמצאת החברה? נמקו!

תשובה:

$$\beta = \frac{n - R}{\sqrt{R}} = \frac{97 - 125}{\sqrt{125}} \approx -2.5 < -2.5 \Rightarrow \text{מספר השרתים הוא 97 לכן מכלל השורש} \quad R = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1250}{10} = 125$$

כלומר אנו נמצאים בתחום התפעולי ED.

3.1.3 תנו הערכה טובה ל %Answer ללא שימוש בפונקציית Garnett.

תשובה:

$$\text{מאחר ואנו בתחום ה ED, } \frac{n}{R} = \frac{97}{125} = 0.776 \approx \text{Answer \% (נובע מ } n = R(1 - \gamma) \text{, כאשר } \gamma = \% \text{ הנוטשים).}$$

3.1.4 מנהל המוקד מעוניין לשפר את רמת השירות. הוא בוחר בפרופורציית הלקוחות אשר קיבלו שירות ללא המתנה בתור המדד התפעולי אותו הוא רוצה לשפר (מדד זה יכוון לתחום ה QED). על סמך צילומי המסך המצורפים, עבור המצב הנוכחי, מהי פרופורציית הלקוחות אשר קיבלו שירות מיידית, ללא המתנה? נמקו!

תשובה

מאחר ונקבע Target Time=00:00, הפלט עבור Answer Within Target % הוא פרופורציית מספר הלקוחות אשר לא המתינו בתור, ולכן $P(W_q = 0) \approx 0$.

3.1.5 מנהל המוקד מעוניין לקבוע את המדד התפעולי כך שלפחות 20% מהלקוחות לא ימתינו בתור. היעזרו בפונקציית Garnett (המצורפת בסוף השאלה) כדי לקבוע את מספר המוקדנים המינימאלי אשר יעמדו בתנאי זה. תנו תשובה מדויקת ככל שניתן.

תשובה

תחילה נמצא את $\frac{\theta}{\mu}$. מצילומי המסך נקבל כי $\theta = 5$ (בממוצע יש נטישה כל 12 דקות כלומר 5 נוטשים בשעה), בעוד $\mu = 10$. לכן $\frac{\theta}{\mu} = \frac{5}{10} = 0.5$. לכן נשתמש בפונקציית $GMR(0.5)$.
נחפש את הנקודה בה הפונקציית $GMR(0.5)$ מקבלת את הערך 0.8. זה קורה עבור $\beta \approx -0.5$. לכן מספר המוקדנים צריך להיות $n = R + \beta\sqrt{R}$, כאשר $R = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1250}{10} = 125$.
$$n = 125 - 0.5\sqrt{125} \approx 120$$

חלק 2 – התאמת המוקד הטלפוני לחוק הגבלת קנסות היציאה

חוק הגבלת קנסות היציאה מחברות סלולריות יושם ב 1/2/2011. בעקבות ישום החוק, חלה עליה משמעותית גם במספר הפניות למוקדי השירות של החברות וגם במשך השיחות. הכתבה הבאה סיכמה את המצב ביום ישום החוק:

16:53 , 01.02.11



זמני המתנה ממושכים במוקדי חברות הסלולר

שלחו להדפסה

סולר

בעקבות הפחתת קנסות היציאה היום, לקוחות מתלוננים על זמני המתנה של 10-30 דקות במוקדים הטלפוניים של פלאפון, אורנג' וסלקום. פלאפון הודיעה כי כצעד שירותי, תחזור הערב ללקוחות שלא הצליחו להשיג את החברה מירב קריסטל

מנהלי מוקדי השירות ניסו להתמודד עם עליית העומס על מוקדיהם, אך לשווא. אחד מהם מבקש עזרה מאנליסט בחברתו, אשר למד את הקורס "הנדסת מערכות שירות". בשיחה ביניהם, השתמש האנליסט בתכנת 4CC כדי לתאר למנהל את מצב המוקד. להלן פלט התוכנה:

Performance Profiler	Staffing Query	Advanced Profiling	Advanced Queries	What-if Analysis										
Performance Profiler Performance Profiler allows you to determine and optimize the Performance Level of your Call Center. Enter your call center's parameters below, then press 'Compute'.														
Your Call Center's Parameters - Number of Agents Answering Calls: 134 - Average Time to Handle One Call (mm:ss): 08:00 - Calls per 60 minute Interval: 1438 - Average Callers' Patience (mm:ss): 16:00		Settings - Features: Abandons - Basic Interval: 60 minutes - Target Time: 05:00 (mm:ss) Change Settings												
Compute Add to Table Delete Rows Clear All Export Import Graph														
	Basic Interval (minutes)	Target Time to Answer	Number of Agents	Average Handling Time	Calls per Interval	Average Patience	Agent's Occupancy	%Answer	%Abandon	Average Speed of Answer	Average Time in Queue	%Answer within Target	%Abandon within Target	Average Queue Length
Results	60.0	05:00.0	134.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	69.9%	30.1%	05:42.1	04:49.1	16.6%	26.3%	115.5
1														
2														
3														
4														
5														
6														

- שימו לב כי ממוצע זמן השירות וקצב ההגעה השתנו בעקבות חקיקת החוק (שניהם עלו).

3.2.1 עזרו למנהל המוקד לקבוע מהו אחוז הלקוחות אשר המתינו בתור יותר מ 5 דקות. נמקו!

תשובה

מאחר וה Target Time נקבע להיות 5 דקות, אחוז הלקוחות אשר המתינו בתור יותר מ 5 דקות הם :
 $\% (W_q > 5 \text{ min}) = 100\% - \%Answer \text{ Within Target} - \%Abandon \text{ Within Target} = 100 - 16.6 - 26.3 = 57.1\%$

המנהל מזועזע ממה שהוא רואה : "זמן המתנה מעל 5 דקות? לא מוכן לקבל!".
 מנהל המוקד מעוניין לכן שאחוז הלקוחות אשר המתינו בתור יותר מ 5 דקות לא יעלה על 2%.

להלן פלט של תוכנת 4CC. בעזרתו ענו על שאלות 3.2.2, 3.2.3, 3.2.4

	Basic Interval (minutes)	Target Time to Answer	Number of Agents	Average Handling Time	Calls per Interval	Average Patience	Agent's Occupancy	%Answer	%Abandon	Average Speed of Answer	Average Time in Queue	%Answer within Target	%Abandon within Target	Average Queue Length
Results	60.0	05:00.0	160.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	83.4%	16.6%	02:52.2	02:38.9	82.6%	16.5%	63.5
1	60.0	05:00.0	150.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	78.2%	21.8%	03:54.0	03:29.0	69.0%	21.5%	83.5
2	60.0	05:00.0	151.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	78.8%	21.2%	03:47.7	03:24.0	71.2%	21.0%	81.5
3	60.0	05:00.0	152.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	79.3%	20.7%	03:41.3	03:18.9	73.1%	20.6%	79.5
4	60.0	05:00.0	153.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	79.8%	20.2%	03:35.1	03:13.9	74.8%	20.1%	77.5
5	60.0	05:00.0	154.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	80.3%	19.7%	03:28.8	03:08.9	76.4%	19.6%	75.5
6	60.0	05:00.0	155.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	80.8%	19.2%	03:22.6	03:03.9	77.7%	19.1%	73.5
7	60.0	05:00.0	156.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	81.4%	18.6%	03:16.4	02:58.9	78.9%	18.6%	71.5
8	60.0	05:00.0	157.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	81.9%	18.1%	03:10.3	02:53.9	80.0%	18.1%	69.5
9	60.0	05:00.0	158.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	82.4%	17.6%	03:04.2	02:48.9	81.0%	17.6%	67.5
10	60.0	05:00.0	159.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	82.9%	17.1%	02:58.2	02:43.9	81.9%	17.1%	65.5
11	60.0	05:00.0	160.0	08:00.0	1,438.0	16:00.0	100%	83.4%	16.6%	02:52.2	02:38.9	82.6%	16.5%	63.5
12														
...														

3.2.2 מהו מספר המוקדנים המינימאלי הנדרש לכך שלא יותר מ- 2% מהלקוחות ימתינו יותר מ 5 דקות? נמקו!

תשובה

אנו מחפשים את מספר המוקדנים המינימאלי כך ש
 $\%Answer \text{ Within Target} - \%Abandon \text{ Within Target} \leq 2\%$, מספר זה הוא 156.

דיונים נוספים עם האנליסט העלו את הצורך לנתח מוקד עם 160 מוקדנים.

3.2.3 עבור 160 מוקדנים, חשבו את זמן ההמתנה הממוצע בתור של לקוחות אשר נטשו את המערכת

תשובה

$$\begin{aligned} E(\text{Wait}) &= E(\text{Wait} | Ab)P(Ab) + E(\text{Wait} | Served)P(Served) = \\ &= E(\text{Wait} | Ab)P(Ab) + ASA \cdot (1 - P(Ab)) \\ E(\text{Wait} | Ab) &= \frac{E(\text{Wait}) - ASA \cdot (1 - P(Ab))}{P(Ab)} = \frac{2.64 - 2.866 \cdot 0.834}{0.166} = 1.5 \text{ min} \quad \text{לכן} \end{aligned}$$

3.2.4 עבור 160 מוקדנים, המערכת מתפקדת בתחום התפעולי ED (16.6% נטישות) אך אחוז הלקוחות אשר המתו יותר מ 5 דקות מאד נמוך (0.9%). הסבירו תופעה זו.

תשובה

מאחר וממוצע הזמן עד למענה הוא כ 3 דקות, הלקוחות אשר נוטשים את המערכת הם אלו בעלי הסבלנות הקצרה (ממוצע ההמתנה שלהם לפני הנטישה הוא דקה וחצי בניגוד לממוצע הסבלנות הכולל שהוא 12 דקות). הלקוחות בעלי הסבלנות הארוכה נשארים במערכת ומקבלים תשובה בזמן קצר יחסית ($ASA = 2.866 \text{ min}$) מאחר והנטישות מפנות מקום במערכת.

להלן כתבה שהתפרסמה בעיתון The Marker (19 במאי 2011), בנושא "התדרדרות רמת השירות, עקב עליית העומס שנבע מהפחתת קנסות היציאה".
שימו לב: עבור פתרון הבחינה אין צורך לקרוא את הכתבה.
הנתונים הרלוונטיים סוכמו עבורכם לטבלה המופיעה בעמוד הבא.

לקוח שלנו? המתן 45 דקות; של

מצאתם טעות בחשבונית? רוצים להתנייד לחברה אחרת? תיאלצו לעבור דרך מרכזי השירות או המוקדים הטלפוניים של חברות הסלולר. כמה זמן תיאלצו להמתין? זה כבר תלוי בסוג השירות שתצטוו לקבל ובמידת האטרקטיביות שלכם לחברה. בפרט נרשמו הפערים הגדולים ביותר בין משך ההמתנה של לקוחות חדשים לקיימים, ובפלאפון – הקטנים ביותר. כך פועל מודל השירות של חברות הסלולר

את מכשיר הסלולר שלה. "אין בעיה", אמר הנציג בחיור. "תסתיו יוקראי לה, זה עניין של כמה דקות". האדם שאחרי רוצה להתלונן על חשבונית. "תביא בחשבון שצפוי לה המתנה של 40 דקות", הוא אמר. הלקוח מחליט לקבל את הנזירה וחד עם המספר. כל שנותר לו הוא לבחור באפשרות השלישית. "אני רוצה להתנייד לרשת פלאפון", הצהיר. ויבלתי מקום בתור, אך ללא כל הערצת זמן. האוירה בסניף היתה רגועה אך התנועה מתסדרת. כל עמדות השירות והמכירה היו מאוישות. עמדת הכריות קראה ללקוחות המתחלפים והתחושה היתה שמשהו מתקתק. מאחורי, לקוח נסער העיד על משהו שונה לגמרי: "אתה לא תעשה ממני דיוור", הוא חזר וצעק בכעס על הנציג הריצני. "אם אתה רוצה לדבר אתה צריך להורגע", ענה נציג השירות הטכני בטון מאופק. "אני לא יכול להתייחס אליך ככה בצעקות". המספר של האדם שהגיע לפני התקדם יפה בתור. כעבור 20 דקות שנינו כבר נקראנו לעמדות הנציגים. יצאתי החוצה וצעדתי לעבר התחנה השנייה במסע הסלולר. במקום שהייתי עובדים כמו שצריך, אין הרבה מה לומר.

מספר - תשלום תהיר

גדולים בעיקר בשעות הצהריים, אבל באופן כללי זמן המתנה על חסר לקבלת שירות היה כרבע שעה בממוצע. בפלאפון והברליס בין זמן ההמתנה לקבלת שירות לבין זמן ההמתנה למכירה היו הקטנים ביותר, והגיע עד ל-7 דקות. החברה גם הציגה זמני המתנה קצרים יחסית לצורך קבלת שירות לעומת החברות האחרות בשעות הבוקר והצהריים. ואולם בשעות הערב ההמתנה לנציג שירות התארכה ל-19 דקות - 4 דקות יותר מאשר בסלולר.

מרכזי השירות

פלאפון - תשלום יעיל
ככניסה למרכז השירות של פלאפון ברחוב ינאל אלת 76 עומדים בשעת צהריים נציגי חום מספר ומחלקים פלאיירים "סלקציות חן 2011". וזו צעד אביזר לאיר העובדה שהקולקציה שלהם לא מציגה ריחוש לגן אלא מכשירי סלולר מבית הורש הבת hMobile. מכשירי נוקיה, סמסונג ומסורוללה כעשרה תשלומים תחת הסלולר "תרגישו חופשי" מהחייבות. כעבור כמה מטרים אני מצטרפת לתור שממתין לקבל מספר הנציג בעמדת הקבלת ממין את הנכנסים ביעילות. האדם המבוגר שלפני מעוניין לתקן

בהמתנה במרכזי השירות וגם בהמתנה הטלפונית. התברר בין החברות היה בעיקר במסר ההמתנה לקבלת שירות, ובפערים בין זמן ההמתנה של לקוחות חדשים ולקוחות קיימים המבקשים לקבל שירות.

מענה טלפוני

הפערים המשמעותיים ביותר בין לקוח חדש ללקוח קיים במענה הטלפוני היו בפרט כני להצטרף ללקוח חדש נדרשנו להמתין זמן שיא קצר ביותר של 1:22 דקות. לעומת זאת, כדי לקבל שירות קבוע החברה את זמן השיא הארוך ביותר - 46 דקות. כמסקים נרשמו הברליס

קורה במקרי שירות הלקוחות הטלפוניים ובמרכזי השירות של חברות הסלולר. בצהרי יום המשיב יצאתי מצוירת בדרבה סבלנות למרכזי השירות של שלוש החברות בתל אביב. ביום ראשון שלאחר מכן ניסיתי להשיג את נציגי השירות והמכירות הטלפוניים של החברות.

טענה רווחת בחברות הסלולר היא שיותר משתלם כלכלית לשמור לקוח קיים מאשר לגייס לקוח חדש, ועם זאת קשה שלא לתמוך מדוע המצב בשטח מעיד, לדבר, על יחס הפוך. שלוש החברות הקלו דיוקא על המתינים שביקשו להצטרף לשירותיהן - גם

מאת רותי לוי

«הרעיון לבתבה הוא החל באופן מפתיע, כבר בתל אביב. בחור שישב לידו החליט שהוא חייב להתריע בפני על אפליה המתנהלת, ליעתו, במרכז השירות של אחת מחברות הסלולר. בבוקר שלמה, כמו בצוירוף מקרים מתווסף קיבלתי מייל מקולגה שהמתין לתור במרכז השירות: "סקירת בכניסה מחולקת את האנשים לארבעה סוגי תורים. אלה שתברת הסלולר הוצה ביקרים מתקדמים כמו טול. מי שהם יודעים שלא יעזרו להם, כמני למשל, מוטנה לתור בית קברות».

באותו יום גם אני ניסיתי להשיג נציג בטלפון, עבור קרוב משפחה, ותיזמנתי זמן המתנה בלתי רגיל של 53 דקות. לא הופתעתי לגלות שלמועצה לצרכנות, שמקבלת תלונות צרכנים מקיפות תורשות הערכות בעיקר בהשבת כספים שנבנו, הגיעו בשבוע האחרון כמה הורעות תלונה אינפורמטיביות ללא כל רדישה להמשך טיפול. בתיאור הפנייה נרשם בלקוניות: "המתנה ממושכת למענה הטלפוני של חברת הסלולר - 35 דקות". זו היתה הקריאה האחרונה לצאת לברוך מה

שירות לקוחות במספרים

מספר השיחות בחודש במקרי השירות הטלפוני	900 אלף
מספר המבקשים המתקיימים בחודש במרכזי השירות	200 אלף
הגידול בשירות למקיימים לאחר הנבלת הקנסות	15%
הזמן שהתווסף לשיחה ממוצעת בחברות הסלולר לאחר הנבלת הקנסות	2 דקות
זמן השיחה הממוצע בחברות הסלולר לאחר הנבלת הקנסות	8 דקות
עלות ממוצעת לשיחה עם נציג עבור החברות	15 ש"ח
מספר הנציגים העובדים במרכזי השירות המרוכזי והטלפוני בכל אחת מחברות הסלולר	4,000-3,000

י"מ תשס"ח התכנת

סיכום הנתונים מהמאמר שהתפרסם ב The Marker :

מספר השיחות בחודש במוקדי השירות הטלפוני (לפני הגבלת הקנסות)	900 אלף
מספר המפגשים המתקיימים בחודש במרכז השירות (לפני הגבלת הקנסות)	200 אלף
הגידול בשיחות למוקדים לאחר הגבלת הקנסות	15%
הזמן שהתווסף לשיחה ממוצעת בחברות הסלולר לאחר הגבלת הקנסות	2 דקות
זמן השיחה הממוצע בחברות הסלולר לאחר הגבלת הקנסות	8 דקות
עלות ממוצעת לשיחה עם נציג, עבור החברות** (לפני הגבלת הקנסות)	15* שקל
מספר הנציגים העובדים במרכזי השירות הפרונטלי והטלפוני בכל אחת מחברות הסלולר	4,000-3,000

*עלות זו מחושבת עבור שיחות שקיבלו שירות בלבד.
 **לפי תמחור החברות.

הניחו כי לאור הגבלת הקנסות, הסבלנות הממוצעת של הלקוחות היא כעת 16 דקות (עליה עקב הצפי להמתנות ארוכות). בנוסף, כדי לעמוד בגידול מספר השיחות הנכנסות ובעליה בזמני השירות, מספר המוקדנים עלה ל 169.

3.3.1 מהו אחוז הנוטשים? (השתמשו בפונקציית Garnett המצורפת בסוף השאלה)

תשובה

תחילה נמצא את קצב הכניסה לשעה (גידול של 15%): $\lambda = 1250 \cdot 1.15 \approx 1437.5$.
 לכן $R = \lambda \cdot \frac{1}{\mu} = 1437.5 \cdot \frac{8}{60} = 191.66$. מכאן $\beta = \frac{n - R}{\sqrt{R}} = \frac{169 - 191.66}{\sqrt{191.66}} = -1.63$.
 בנוסף $\frac{\theta}{\mu} = 0.5$ ולכן נשתמש בפונקציית $GMR(0.5)$, בנקודה $\beta \approx -1.6$.
 ולכן $\sqrt{n}P(Ab) \approx 1.5 \Rightarrow P(Ab) = \frac{1.5}{\sqrt{169}} = 0.115 = 11.5\%$.

3.3.2 מהו סך העלות היומית של שיחות הנענות ע"י נציג? לפני חקיקת החוק (היעזרו בצילומי המסך ובתשובותיכם מחלק 1 בעמודים 13-14) ולאחריו.

תשובה

לפני חקיקת החוק:

מצילים המסך של ה 4CC, $P(Ab) = 0.224$ לכן ממוצע מספר השיחות הנענות ביום הוא

$$\frac{900,000}{30} \cdot (1 - P(Ab)) = 30,000 \cdot (1 - 0.224) = 23280$$

עלות כל שיחה תהיה 15 ש"ח ולכן העלות היומית תהיה $23280 \cdot 15 = 349,200$.

לאחר חקיקת החוק:

עלות דקת שיחה: $2.5 = \frac{15}{6}$, שיחה כעת נמשכת 8 דקות ולכן עלות שיחה תהיה $2.5 \cdot 8 = 20$.

ממוצע מספר השיחות הנכנסות ביום הוא $34,500 = \frac{900,000 \cdot 1.15}{30}$, אך ממוצע מספר השיחות הנענות ביום הוא

$$30,532.5 = 34500 \cdot (1 - P(Ab)) = 34500 \cdot 0.885 = 30532.5$$

לאחר חקיקת החוק, העלויות של המוקד עלו בצורה דרסטית, אך האיוש בו בחרנו גרם לכך שהשירות שניתן ללקוחות טוב בהרבה (פרופורציית נטישה קטנה בכחצי למרות הגידול הרב בעומס).

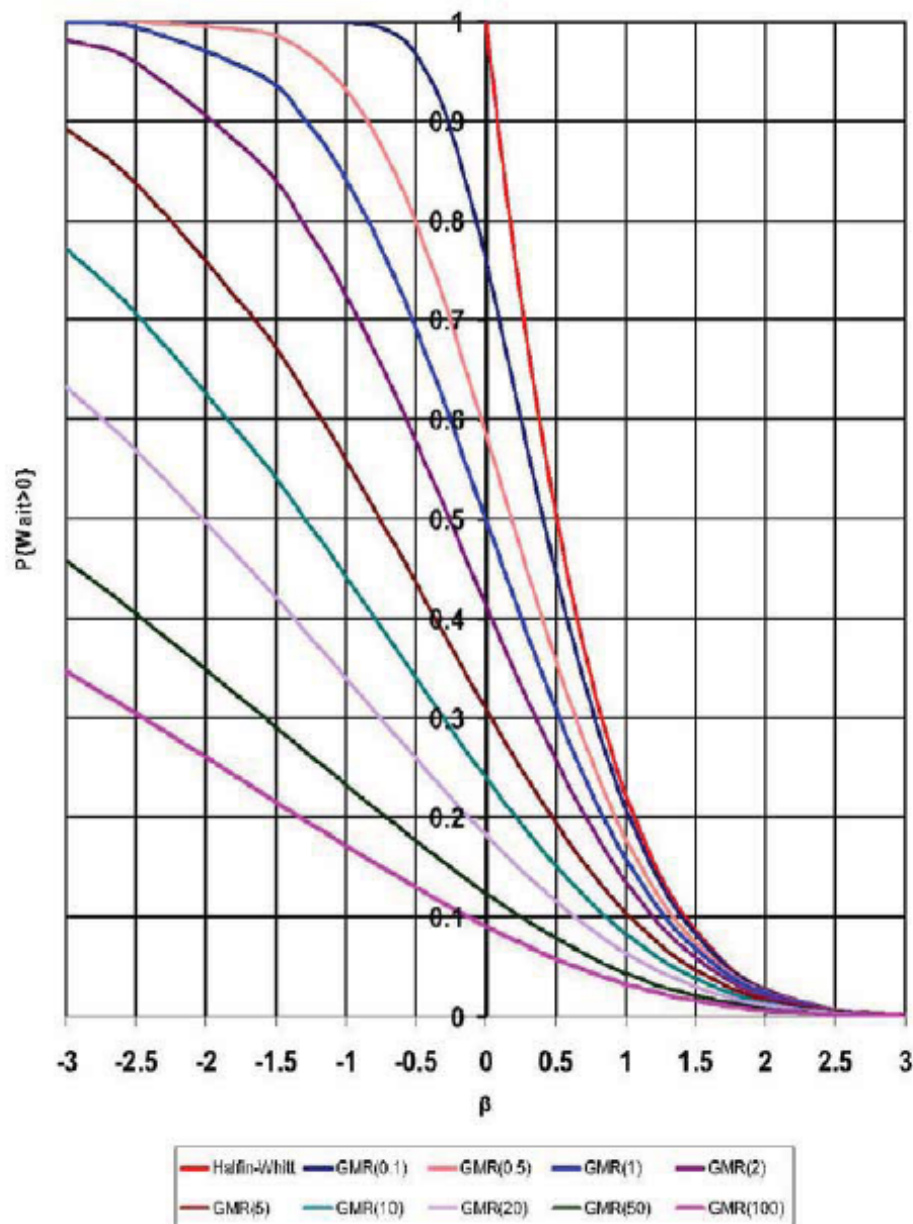
3.3.3 שימו לב כי הגידול בקצב ההגעה הוא 15% בעוד זמן שיחה עלה מ 6 דקות ל 8 דקות, כלומר עלה ב 33%. מנהל נאיבי יכול לטעון שסך העלות היומית עלתה ב 53% ($(1.15 \cdot 1.33) = 53\%$). בכמה אחוזים עלתה סך העלות היומית ומדוע גישתו של המנהל אינה נכונה? נמקו!

תשובה

סך העלות היומית לאחר החוק היא 610,650, מול 349,200 לפניו, כלומר עליה של 75%. הסיבה לכך שהמנהל הנאיבי טועה בחישובו היא שהגידול בקצב ההגעה הוא אמנם ב 15% אך קצב ההגעה האפקטיבי לא גדל ב 15% אלא ביותר (מאחר ויש פחות נטישות). מהסיבה הזו, הגידול במספר השיחות אשר נענו ע"י נציג הוא ביותר מ 15% ולכן הגידול בעלות גבוהה יותר מ 53%.

Erlang-A: The Garnett Delay-Functions

$P\{W_q > 0\}$ vs. the QOS parameter β , for varying patience θ/μ .

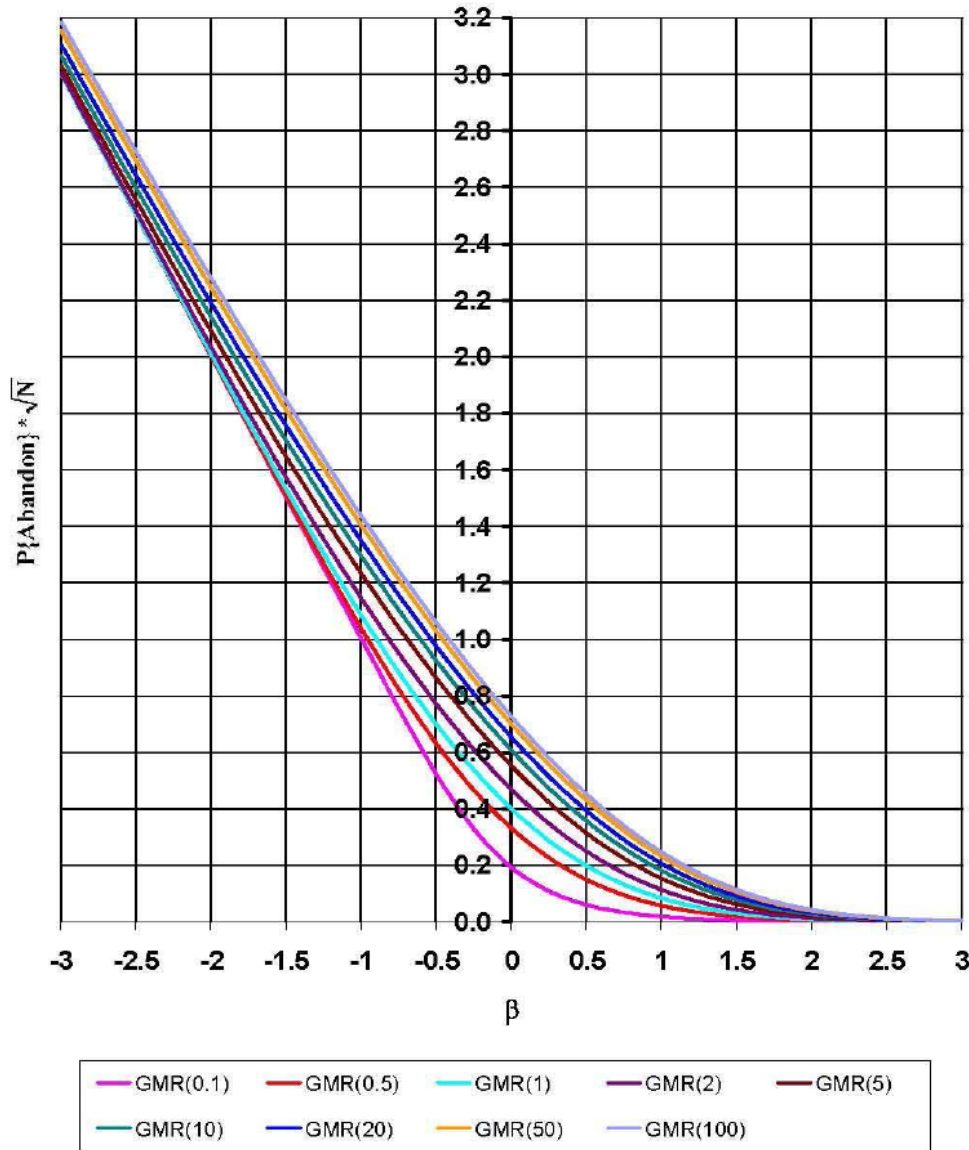


GMR(x) describes the asymptotic probability of delay as a function of β when $\theta/\mu = x$. Here, θ and μ are the abandonment and service rate, respectively.

Note: **Erlang-C** = limit of **Erlang-A**, as patience $\uparrow$ indefinitely.

Erlang-A: % Abandonment

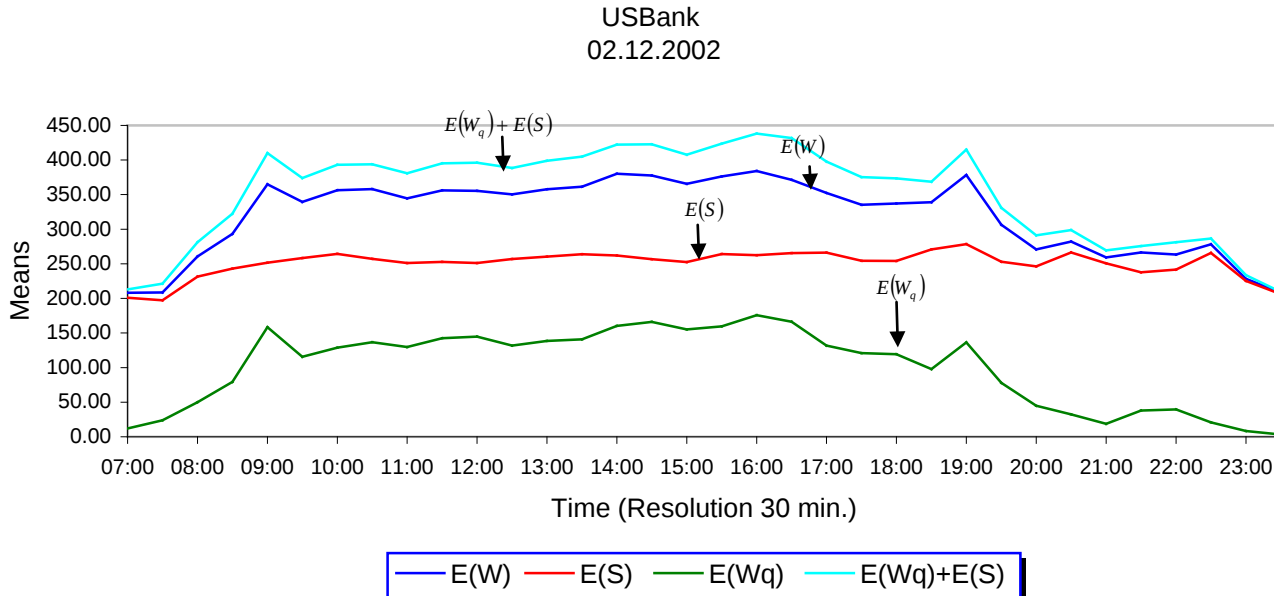
$\%Ab \times \sqrt{n}$ vs. β , for varying (im)patience (θ/μ) :



Note the behavior like $-\beta/\sqrt{n}$, for (relatively) large negative β and over all (im)patience levels. For an explanation, think **ED**: $n = R + \beta\sqrt{R} = R - \gamma R$; hence $\gamma \approx -\beta/\sqrt{R} \approx -\beta/\sqrt{n}$, and γ is $P\{Ab\}$ in the ED-Regime.

שאלה 4 תיאוריה+נתונים (10 נקודות)

הגרף המוצג לפניך מבוסס על נתונים ממוקד שירות של בנק אמריקני מהתאריך 2002/12/02 :



הפרמטרים המוצגים בגרף :

$E(S)$ – משך שירות ממוצע

$E(W_q)$ – משך המתנה ממוצעת בתור

$E(W)$ – משך שהייה ממוצעת במערכת

כמו כן מוצגת בגרף עקומה המציגה את הסכום $E(W_q) + E(S)$

המגמה הברורה העולה מן הגרף המוצג היא שהסכום של ממוצע משך השירות עם זמן ההמתנה הממוצע $(E(W_q) + E(S))$ גדולים מממוצע משך ההשהייה במערכת $(E(W))$. מטרת שאלה זו היא להבין מדוע עבור ניתוח אמפירי של הנתונים מתקבל היחס:

$$E(W) < E(W_q) + E(S)$$

גרף ה SEEStat מבוסס על נתונים חצי שעתיים, כאשר כל אחד מן הגדלים מחושב בצורה המתאימה למערכת הנבחנת. נתייחס אם כן ל-3 מערכות שונות :

1. מערכת "תור"- בה משך שהיית השיחה ה- i הוא W_q^i
2. מערכת "שרתים"- בה משך שהיית השיחה ה- i הוא S^i
3. מערכת "תור+שרתים"- בה משך שהיית השיחה ה- i הוא W^i

נתמקד באינטרוול חצי השעה 16:00-16:30. לשם פשטות, ולצורך השאלה בלבד, נניח שבתחילת ובסוף האינטרוול כל אחת מן המערכות ריקה. בנוסף, בשלב זה, נניח כי במערכת מספיק קווים על מנת שכל שיחה למוקד השירות, נכנסה למערכת (כלומר אין צליל תפוס).

הטבלה המצורפת מכילה נתונים שנלקחו מחצי השעה הנ"ל:

queue_entry	queue_exit	service_entry	service_exit	segment_end
.....				
.....				
16:08:05	16:08:05	16:08:05	16:11:31	16:11:31
16:08:06	16:23:11	16:23:13	16:25:59	16:25:59
16:08:06	16:10:49	---	---	16:10:49
16:08:07	16:08:07	16:08:07	16:08:51	16:08:51
16:08:07	16:08:08	16:08:08	16:11:08	16:11:08
.....				
.....				
16:11:38	16:11:39	16:11:39	16:15:06	16:15:06
16:11:39	16:11:40	16:11:40	16:13:50	16:13:50
16:11:40	16:23:33	---	---	16:23:33
16:11:41	16:14:00	---	---	16:14:00
16:11:42	16:11:43	16:11:43	16:14:05	16:14:05
.....				
.....				
16:28:07	16:28:08	16:28:08	16:28:55	16:28:55
16:28:07	16:28:08	16:28:08	16:29:22	16:29:22
16:28:08	16:28:15	16:28:15	16:29:58	16:29:58
16:28:10	16:29:52	---	---	16:29:52
.....				
.....				

4.1 עבור השיחה ה-i, הגדירו את הגדלים S^i , W^i , W_q^i בעזרת כותרות עמודות הטבלה. למשל זמן מעבר לשירות יוגדר להיות: "queue_exit" - "service_entry" (כלומר ההפרש בין שתי העמודות)

תשובה:

$$S^i = \text{service_exit} - \text{service_entry}$$

$$W_q^i = \text{queue_exit} - \text{queue_entry}$$

$$W^i = \text{segment_end} - \text{queue_entry}$$

את מספר השיחות שהגיעו, באינטרוול הנתון, למערכת "תור", "שרתים" ו-"תור+שרתים" נסמן ב n_q , n_s ו- n_{sys} בהתאמה. ממוצע משך השהייה עבור כל אחת משלוש המערכות יוגדר להיות: סכום משכי השהייה במערכת זו באינטרוול הנתון, מחולק במספר השיחות שהגיעו למערכת זו באינטרוול. כך למשל:

$$E(W) = \frac{\sum_{i=1}^{n_{sys}} W^i}{n_{sys}}$$

4.2 הגדירו את היחס בין הגדלים n_q ו n_{sys} ואת היחס בין הגדלים n_q ו n_s (וכו') :

תשובה :

$$n_{sys} = n_q$$

$$n_q \geq n_s$$

4.3 על סמך הנלמד בקורס, הסבירו את הביטוי $\frac{n_s}{n_q}$

תשובה :

$$\frac{n_s}{n_q} = P(Served) = 1 - P(Ab)$$

או, % המשורתיים

במהלך הקורס דנו מספר פעמים בגודל "ASA: Average Speed of Answer" :

4.4 מהו ההבדל בין $E(W_q)$ ל ASA? קשרו בין 2 הגדלים הנ"ל באמצעות נוסחה מתאימה.

תשובה :

ASA - ממוצע המתנה עבור לקוחות שנענו בלבד
 $E(W_q)$ - ממוצע המתנה כולל.

$$E(W_q) = ASA \cdot P(Served) + E(W_q(Ab)) \cdot P(Ab)$$

4.5 בטאו את ASA באמצעות הסימונים לעיל (ניתן כמובן להוסיף כל סימון מתמטי מקובל).

תשובה:

$$ASA = \frac{\sum W_q^i \cdot I(S^i > 0)}{n_s}$$

כאמור, ASA הוא ממוצע משך ההמתנה רק עבור השיחות שנענו (שלא נטשו).

4.6 הוכיחו מתמטית את היחס $E(W) \leq E(W_q) + E(S)$

תחת אילו תנאים מתקבל שוויון? תחת אילו תנאים מתקבל אי שוויון ממש?

תשובה:

$$\begin{aligned} E(W) &= \frac{\sum S^i + W_q^i}{n_{sys}} = \frac{\sum W_q^i}{n_{sys}} + \frac{\sum S^i}{n_{sys}} = \frac{\sum W_q^i}{n_q} + \frac{\sum S^i}{n_{sys}} \leq \\ &\leq \frac{\sum W_q^i}{n_q} + \frac{\sum S^i}{n_s} = E(W_q) + E(S) \end{aligned}$$

שוויון מתקבל כאשר $n_s = n_q$, אי שוויון חזק כאשר $n_s < n_q$. כלומר כאשר אין נוטשים הביטויים שווים.

4.7 הציעו תיקון לאי השוויון בסעיף 4.6 כך שיהפוך לשוויון. הציגו מתמטית כל צעד בפתרונכם.

תשובה:

נפתח את צד שמאל:

$$\begin{aligned} E(W) &= \frac{\sum S^i + W_q^i}{n_{sys}} = \frac{\sum W_q^i}{n_{sys}} + \frac{\sum S^i}{n_{sys}} = \frac{\sum W_q^i}{n_q} + \frac{\sum S^i}{n_q} = \\ &= \frac{\sum W_q^i}{n_q} + \frac{\sum S^i}{n_s} \cdot \frac{n_s}{n_q} = E(W_q) + E(S) \cdot P(\text{Served}) \end{aligned}$$

נניח כעת כי יתכן מצב בו לקוח מתקשר, ובהגיעו למערכת מקבל צליל תפוס.

4.8 כיצד ישתנו תשובותיכם לסעיפים 4.2 ו- 4.6? (ענו על סעיפים אלו שוב תחת ההנחה החדשה)

תשובה:

עבור שאלה 4.2

$$n_{sys} \geq n_q$$

$$n_q \geq n_s$$

עבור שאלה 4.6

$$\begin{aligned} E(W) &= \frac{\sum S_i + W_i}{n_{sys}} = \frac{\sum W_i}{n_{sys}} + \frac{\sum S_i}{n_{sys}} \leq \frac{\sum W_i}{n_q} + \frac{\sum S_i}{n_{sys}} \leq \\ &\leq \frac{\sum W_i}{n_q} + \frac{\sum S_i}{n_s} = E(W_q) + E(S) \end{aligned}$$

כאשר שוויון מתקבל כאשר $n_s = n_q = n_{sys}$ ואי שוויון חזק כאשר $n_s < n_q$ או $n_q < n_{sys}$. כלומר אי שוויון חזק מתקבל כאשר יש לפחות נטישה אחת או שיחה שקיבלה צליל תפוס

call_id	q_start	q_exit	ser_start	ser_exit	outcome	wait_time	service_time	Agent
510013309	06:23:00	06:23:07	06:23:08	06:25:01	Agent	7	113	23015
510013355	06:23:19	06:24:30	06:24:31	06:24:51	Agent	71	20	23007
510013559	06:24:52	06:24:52	06:24:52	06:26:57	Agent	0	125	23007
510013814	06:26:32	06:26:33	06:26:33	06:27:27	Agent	1	54	23015
510013830	06:26:36	06:26:38	00:00:00	00:00:00	Abandon	2	0	0
510013871	06:26:47	06:26:57	06:26:58	06:28:45	Agent	10	107	23007
510014006	06:27:53	06:27:53	06:27:53	06:29:46	Agent	0	113	23015
510014071	06:28:15	06:28:45	06:28:46	06:29:04	Agent	30	18	23007
510014116	06:28:35	06:29:04	06:29:05	06:30:31	Agent	29	86	23007
510014132	06:28:43	06:29:46	06:29:47	06:31:27	Agent	63	100	23015
510014196	06:29:05	06:30:31	06:30:32	06:34:32	Agent	86	240	23007
510014425	06:30:38	06:31:27	06:31:27	06:34:31	Agent	49	184	23015
510014578	06:31:32	06:34:31	06:34:32	06:35:54	Agent	179	82	23015
510014674	06:32:06	06:34:32	06:34:33	06:37:04	Agent	146	151	23007
510014702	06:32:18	06:33:00	00:00:00	00:00:00	Abandon	42	0	0
510014712	06:32:26	06:35:54	06:35:55	06:37:37	Agent	208	102	23015
510014750	06:32:37	06:36:08	06:36:09	06:47:58	Agent	211	709	23041
510014927	06:33:46	06:37:04	06:37:05	06:43:49	Agent	198	404	23007
510015175	06:35:19	06:36:04	00:00:00	00:00:00	Abandon	45	0	0
510015368	06:36:28	06:37:37	06:37:38	06:39:53	Agent	69	135	23015
510015393	06:36:35	06:37:54	00:00:00	00:00:00	Abandon	79	0	0
510015405	06:36:39	06:39:53	06:39:54	06:51:04	Agent	194	670	23015
510015441	06:36:55	06:43:49	06:43:50	06:45:58	Agent	414	128	23007
510015539	06:37:41	06:45:58	06:45:59	06:47:44	Agent	497	105	23007
510015752	06:38:54	06:39:14	00:00:00	00:00:00	Abandon	20	0	0
510015802	06:39:13	06:40:31	00:00:00	00:00:00	Abandon	78	0	0
510016057	06:40:42	06:40:59	00:00:00	00:00:00	Abandon	17	0	0
510016208	06:41:36	06:47:44	06:47:45	06:51:29	Agent	368	224	23007
510016446	06:42:56	06:47:58	06:47:59	06:48:31	Agent	302	32	23041
510016552	06:43:35	06:45:36	00:00:00	00:00:00	Abandon	121	0	0
510016619	06:44:02	06:48:31	06:48:32	06:50:56	Agent	269	144	23041
510016625	06:44:05	06:46:13	00:00:00	00:00:00	Abandon	128	0	0
510016700	06:44:32	06:50:56	06:50:57	06:56:20	Agent	384	323	23041
510016708	06:44:36	06:51:04	06:51:05	06:53:01	Agent	388	116	23015
510016925	06:45:53	06:51:29	06:51:30	06:53:14	Agent	336	104	23007
510017302	06:48:04	06:53:01	06:53:02	06:54:12	Agent	297	70	23015
510017389	06:48:31	06:49:30	00:00:00	00:00:00	Abandon	59	0	0
510017423	06:48:42	06:53:14	06:53:14	06:54:56	Agent	272	102	23007
510017606	06:49:55	06:54:12	06:54:12	06:55:49	Agent	257	97	23015
510017636	06:50:03	06:51:57	00:00:00	00:00:00	Abandon	114	0	0
510017717	06:50:38	06:54:56	06:54:57	06:56:50	Agent	258	113	23007

time	Arr_sys	Dep_sys	Arr_q	Dep_q	Arr_ser	Dep_ser
06:15	6	6	6	6	5	5
06:16	6	6	6	6	5	5
06:17	6	6	6	6	5	5
06:18	6	6	6	6	5	5
06:19	7	6	7	7	6	5
06:20	7	6	7	7	6	5
06:21	7	6	7	7	6	5
06:22	8	6	8	8	7	5
06:23	9	6	9	9	8	5
06:24	11	7	11	10	9	6
06:25	12	9	12	12	11	8
06:26	12	10	12	12	11	9
06:27	15	12	15	15	13	10
06:28	16	13	16	16	14	11
06:29	19	14	19	17	15	12
06:30	20	16	20	19	17	14
06:31	21	17	21	20	18	15
06:32	22	18	22	21	19	16
06:33	26	18	26	21	19	16
06:34	27	19	27	22	19	16
06:35	27	21	27	24	21	18
06:36	28	22	28	25	22	19
06:37	32	24	32	27	23	20
06:38	33	27	33	30	25	22
06:39	34	27	34	30	25	22
06:40	35	29	35	32	26	23
06:41	36	31	36	34	26	23
06:42	37	31	37	34	26	23
06:43	38	31	38	34	26	23
06:44	39	32	39	35	27	24
06:45	43	32	43	35	27	24
06:46	44	34	44	37	28	25
06:47	44	35	44	38	28	25
06:48	44	37	44	40	30	27
06:49	47	38	47	41	31	28
06:50	48	39	48	42	31	28
06:51	51	40	51	43	32	29
06:52	53	43	53	46	34	31
06:53	54	43	54	46	34	31
06:54	54	45	54	48	36	33
06:55	54	47	54	50	38	35
06:56	56	49	56	52	39	36
06:57	59	52	59	55	41	38
06:58	59	53	59	56	42	39
06:59	60	54	60	57	43	40
07:00	60	55	60	59	44	40
07:01	62	57	62	62	46	41
07:02	64	57	64	64	48	41
07:03	70	62	70	68	51	45
07:04	70	63	70	70	53	46
07:05	71	65	71	71	54	48
07:06	74	67	74	74	57	50
07:07	79	69	79	78	61	52
07:08	80	72	80	80	63	55