



מרצה : פרופסור אבישי מנדלבאום
מתרגלת : שמרית ממון

תאריך הבחינה : 31.08.2008

שם סטודנט _____

שם _____

הנדסת מערכות שירות – 096324

מועד א' – סמסטר אביב תשס"ח 2008

- המבחן נמשך שלוש שעות. באחריותך להחזירו במועד.
- המבחן בחומר סגור.
- מותר להשתמש במחשבון.
- המבחן כולל 29 עמודים, כולל עמוד זה.
- כאשר נדרשים חישובים, ניתן לעגלם באופן שאינו פוגע בהבנת התשובה.
- מלאו את הפרטים הנדרשים בראש העמוד, בכתב ברור בבקשה.
- על התשובות יש לענות במקומות המיועדים, שאמורים להספיק: מלל מיותר יגרע ניקוד.
- יש לתת הסברים או הוכחות רק אם התבקשתם במפורש לעשות זאת.

ניקוד:	שאלה 1	_____ מתוך 10 נקודות	תרגילי בית
	שאלה 2	_____ מתוך 10 נקודות	הרצאות/תרגולים/בחינות קודמות
	שאלה 3	_____ מתוך 15 נקודות	יישום
	שאלה 4	_____ מתוך 10 נקודות	תיאוריה יישומית

סה"כ _____ מתוך 45 נקודות

בהצלחה !

שאלה 1 תרגילי בית (10 נקודות)

מודלים אמפירים ו- SEESat

להלן נתון חלק מדו"ח call by call data של בנק אמריקאי מיום ה-25 למאי 2001 (טבלה 1). בנוסף, מצורפת טבלה הכוללת נתוני הגעות מצטברות ועזיבות מצטברות מהמערכת, מהתור ומהשירות (טבלה 2). שעות פעילות המוקד ביום זה הן 06:00-23:00. הדוחות מתייחסים לסוג שירות "Summit".

לנוחיותכם, הדוחות מצורפים גם בשני העמודים האחרונים של הבחינה, כדי שתוכלו לתלוש עמודים אלו ולהשתמש בהם למענה על השאלות הבאות.

טבלה 1

call_id	q_start	q_exit	ser_start	ser_exit	outcome	wait_time	service_time	Agent
510013309	06:23:00	06:23:07	06:23:08	06:25:01	Agent	7	113	23015
510013355	06:23:19	06:24:30	06:24:31	06:24:51	Agent	71	20	23007
510013559	06:24:52	06:24:52	06:24:52	06:26:57	Agent	0	125	23007
510013814	06:26:32	06:26:33	06:26:33	06:27:27	Agent	1	54	23015
510013830	06:26:36	06:26:38	00:00:00	00:00:00	Abandon	2	0	0
510013871	06:26:47	06:26:57	06:26:58	06:28:45	Agent	10	107	23007
510014006	06:27:53	06:27:53	06:27:53	06:29:46	Agent	0	113	23015
510014071	06:28:15	06:28:45	06:28:46	06:29:04	Agent	30	18	23007
510014116	06:28:35	06:29:04	06:29:05	06:30:31	Agent	29	86	23007
510014132	06:28:43	06:29:46	06:29:47	06:31:27	Agent	63	100	23015
510014196	06:29:05	06:30:31	06:30:32	06:34:32	Agent	86	240	23007
510014425	06:30:38	06:31:27	06:31:27	06:34:31	Agent	49	184	23015
510014578	06:31:32	06:34:31	06:34:32	06:35:54	Agent	179	82	23015
510014674	06:32:06	06:34:32	06:34:33	06:37:04	Agent	146	151	23007
510014702	06:32:18	06:33:00	00:00:00	00:00:00	Abandon	42	0	0
510014712	06:32:26	06:35:54	06:35:55	06:37:37	Agent	208	102	23015
510014750	06:32:37	06:36:08	06:36:09	06:47:58	Agent	211	709	23041
510014927	06:33:46	06:37:04	06:37:05	06:43:49	Agent	198	404	23007
510015175	06:35:19	06:36:04	00:00:00	00:00:00	Abandon	45	0	0
510015368	06:36:28	06:37:37	06:37:38	06:39:53	Agent	69	135	23015
510015393	06:36:35	06:37:54	00:00:00	00:00:00	Abandon	79	0	0
510015405	06:36:39	06:39:53	06:39:54	06:51:04	Agent	194	670	23015
510015441	06:36:55	06:43:49	06:43:50	06:45:58	Agent	414	128	23007
510015539	06:37:41	06:45:58	06:45:59	06:47:44	Agent	497	105	23007
510015752	06:38:54	06:39:14	00:00:00	00:00:00	Abandon	20	0	0
510015802	06:39:13	06:40:31	00:00:00	00:00:00	Abandon	78	0	0
510016057	06:40:42	06:40:59	00:00:00	00:00:00	Abandon	17	0	0
510016208	06:41:36	06:47:44	06:47:45	06:51:29	Agent	368	224	23007
510016446	06:42:56	06:47:58	06:47:59	06:48:31	Agent	302	32	23041
510016552	06:43:35	06:45:36	00:00:00	00:00:00	Abandon	121	0	0
510016619	06:44:02	06:48:31	06:48:32	06:50:56	Agent	269	144	23041
510016625	06:44:05	06:46:13	00:00:00	00:00:00	Abandon	128	0	0
510016700	06:44:32	06:50:56	06:50:57	06:56:20	Agent	384	323	23041
510016708	06:44:36	06:51:04	06:51:05	06:53:01	Agent	388	116	23015
510016925	06:45:53	06:51:29	06:51:30	06:53:14	Agent	336	104	23007
510017302	06:48:04	06:53:01	06:53:02	06:54:12	Agent	297	70	23015
510017389	06:48:31	06:49:30	00:00:00	00:00:00	Abandon	59	0	0
510017423	06:48:42	06:53:14	06:53:14	06:54:56	Agent	272	102	23007
510017606	06:49:55	06:54:12	06:54:12	06:55:49	Agent	257	97	23015
510017636	06:50:03	06:51:57	00:00:00	00:00:00	Abandon	114	0	0
510017717	06:50:38	06:54:56	06:54:57	06:56:50	Agent	258	113	23007

טבלה 2

time	Arr_sys	Dep_sys	Arr_q	Dep_q	Arr_ser	Dep_ser
06:15	6	6	6	6	5	5
06:16	6	6	6	6	5	5
06:17	6	6	6	6	5	5
06:18	6	6	6	6	5	5
06:19	7	6	7	7	6	5
06:20	7	6	7	7	6	5
06:21	7	6	7	7	6	5
06:22	8	6	8	8	7	5
06:23	9	6	9	9	8	5
06:24	11	7	11	10	9	6
06:25	12	9	12	12	11	8
06:26	12	10	12	12	11	9
06:27	15	12	15	15	13	10
06:28	16	13	16	16	14	11
06:29	19	14	19	17	15	12
06:30	20	16	20	19	17	14
06:31	21	17	21	20	18	15
06:32	22	18	22	21	19	16
06:33	26	18	26	21	19	16
06:34	27	19	27	22	19	16
06:35	27	21	27	24	21	18
06:36	28	22	28	25	22	19
06:37	32	24	32	27	23	20
06:38	33	27	33	30	25	22
06:39	34	27	34	30	25	22
06:40	35	29	35	32	26	23
06:41	36	31	36	34	26	23
06:42	37	31	37	34	26	23
06:43	38	31	38	34	26	23
06:44	39	32	39	35	27	24
06:45	43	32	43	35	27	24
06:46	44	34	44	37	28	25
06:47	44	35	44	38	28	25
06:48	44	37	44	40	30	27
06:49	47	38	47	41	31	28
06:50	48	39	48	42	31	28
06:51	51	40	51	43	32	29
06:52	53	43	53	46	34	31
06:53	54	43	54	46	34	31
06:54	54	45	54	48	36	33
06:55	54	47	54	50	38	35
06:56	56	49	56	52	39	36
06:57	59	52	59	55	41	38
06:58	59	53	59	56	42	39
06:59	60	54	60	57	43	40
07:00	60	55	60	59	44	40
07:01	62	57	62	62	46	41
07:02	64	57	64	64	48	41
07:03	70	62	70	68	51	45
07:04	70	63	70	70	53	46
07:05	71	65	71	71	54	48
07:06	74	67	74	74	57	50
07:07	79	69	79	78	61	52
07:08	80	72	80	80	63	55

1.1 ממוצע זמן ההמתנה

1.1.1 כיצד תחשבו את ממוצע זמן ההמתנה של לקוחות שנכנסו למוקד בין 06:28 ל-07:01. הסבירו ופרטו את תשובתכם, תוך שימוש בשמות העמודות בטבלאות שבנתונין אתם משתמשים. אין צורך בחישובים.

תשובה:

1.1.2 כיצד ניתן בעזרת שימוש במודל נוזלים לאמוד את ממוצע זמן ההמתנה של לקוח הנכנס למוקד בין 06:28 ל-07:01. הסבירו תחילה מה עליכם להניח כדי שמודל הנוזלים יהיה רלוונטי, תארו את תהליך האמידה והסבירו האם האמד שתקבלו שונה מהאמד שמחושב לפי סעיף 1.1.1, או שווה לו.
רמז: השתמשו בנתונים המופיעים בטבלה 2.

תשובה:

1.1.3 הניחו שני סוגי ימים- "עמוס" ו-"לא עמוס". הניחו בנוסף שרמות האיוש בשני הימים זהות. נסמן ב- W_1 ו- W_2 את ממוצעי זמני ההמתנה ביום עמוס וביום לא עמוס בהתאמה; וב- W_1^+ ו- W_2^+ את ממוצעי זמני ההמתנה בהינתן המתנה.

מהו היחס בין $\frac{W_1}{W_2}$ ו- $\frac{W_1^+}{W_2^+}$ אותו תצפו לקבל? הסבירו.

תשובה:

א. $\frac{W_1}{W_2} = \frac{W_1^+}{W_2^+}$

ב. $\frac{W_1}{W_2} < \frac{W_1^+}{W_2^+}$

ג. $\frac{W_1}{W_2} > \frac{W_1^+}{W_2^+}$

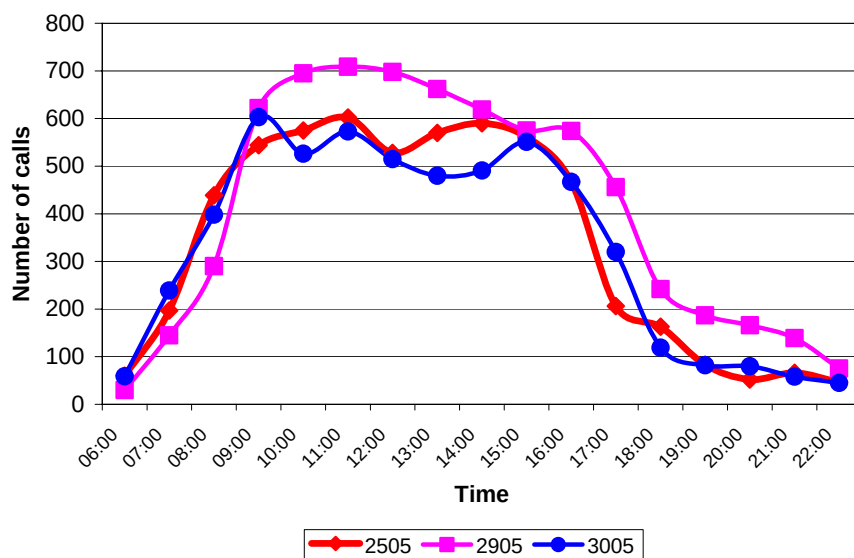
הסבר:

1.2 מופעים

לפניכם מוצג גרף המתאר, על פני יום, את מספר המופעים בשעה למוקד השירות של הבנק הנידון, בימים ה- 25, 29 ו- 30 במאי 2001 (גרף 1).

גרף 1

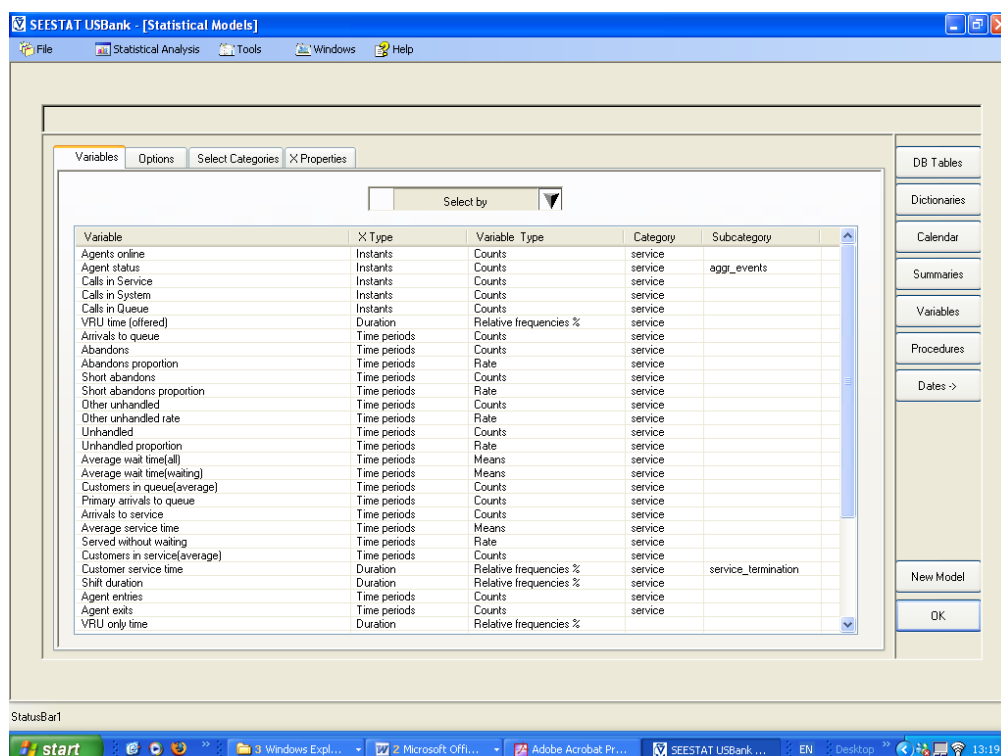
Arrival rate per hour.

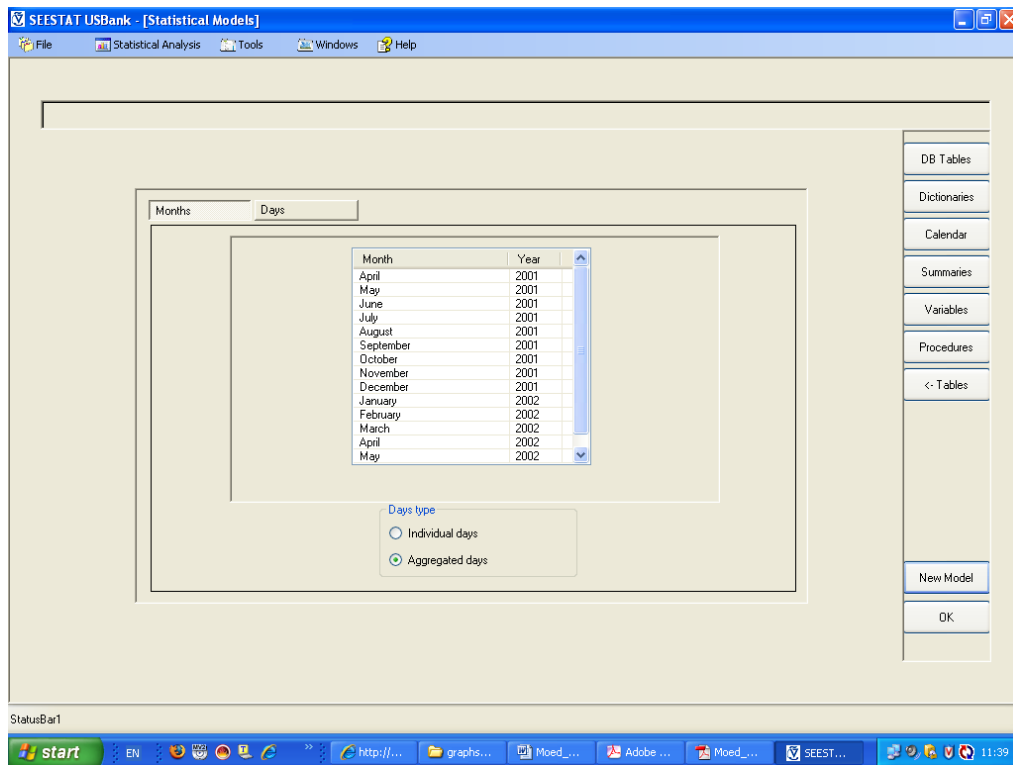


1.2.1 תארו כיצד חושבו הנתונים לשם יצור הגרף לעיל, ותנו דוגמא לחישוב אחד מהערכים בגרף, תוך שימוש בנתונים שבטבלאות הנתונות בתחילת השאלה. הסבירו ופרטו את תשובתכם, תוך שימוש בשמות עמודות הנתונים בהם אתם משתמשים.

תשובה :

1.2.2 תארו במדויק ככל שתוכלו, כיצד ניתן לייצר את גרף קצבי המופע הנ"ל בעזרת תוכנת SEESat. (לשם תזכורת הפונקציות של התוכנה, צרפנו תצוגה של שני עמודים מממשק התוכנה.)





תשובה :

1.3 מוקד הבנק מורכב למעשה מארבעה מוקדים טלפוניים נפרדים, המקושרים ביניהם. במטרה לשפר רמת שירות ולאזן עומסים בין המוקדים השונים, הפעיל הבנק את הפרוטוקול הבא: לקוח הממתין X יחידות זמן בתור המוקד אליו חייג, מועבר לתור המשותף לכלל המוקדים. תארו, במדויק ככל שתוכלו, כיצד ניתן בעזרת תוכנת SEESat למצוא את הערך X בימי החול של חודש ספטמבר 2001, עבור לקוחות מסוג Retail.

הערה: המוקד פועל בתחום ה-QD.

תשובה:

שאלה 2 הרצאות / תרגולים / בחינות קודמות (10 נקודות)

חלק 1.

חברת MBPF Finance Inc מבצעת הערכת בקשות להלוואות ולאחר מכן מאשרת או דוחה את הבקשות. החברה מעוניינת להעריך שינויים ברמת השירות הנובעים משינוי בתהליך הערכת הבקשות. מופע הבקשות להלוואות הינו בקצב של 1000 בקשות בחודש. עד לינואר 1998 (תחת "תהליך 1"), כל בקשה עוברת את אותו התהליך. נמצא כי בממוצע קיימות 500 בקשות בתהליך ההערכה, ובממוצע 20% מהבקשות מאושרות בתום התהליך. מכיוון שקיימים סוגי בקשות שונים וכי לא סביר להתייחס לכל הבקשות באותו אופן, הוחלט לבצע שינוי בתהליך העבודה. לפי "תהליך 2" כל הבקשות עוברות בדיקה ראשונית שבסופה תסווג כל בקשה לאחת מ-3 הקבוצות הבאות:

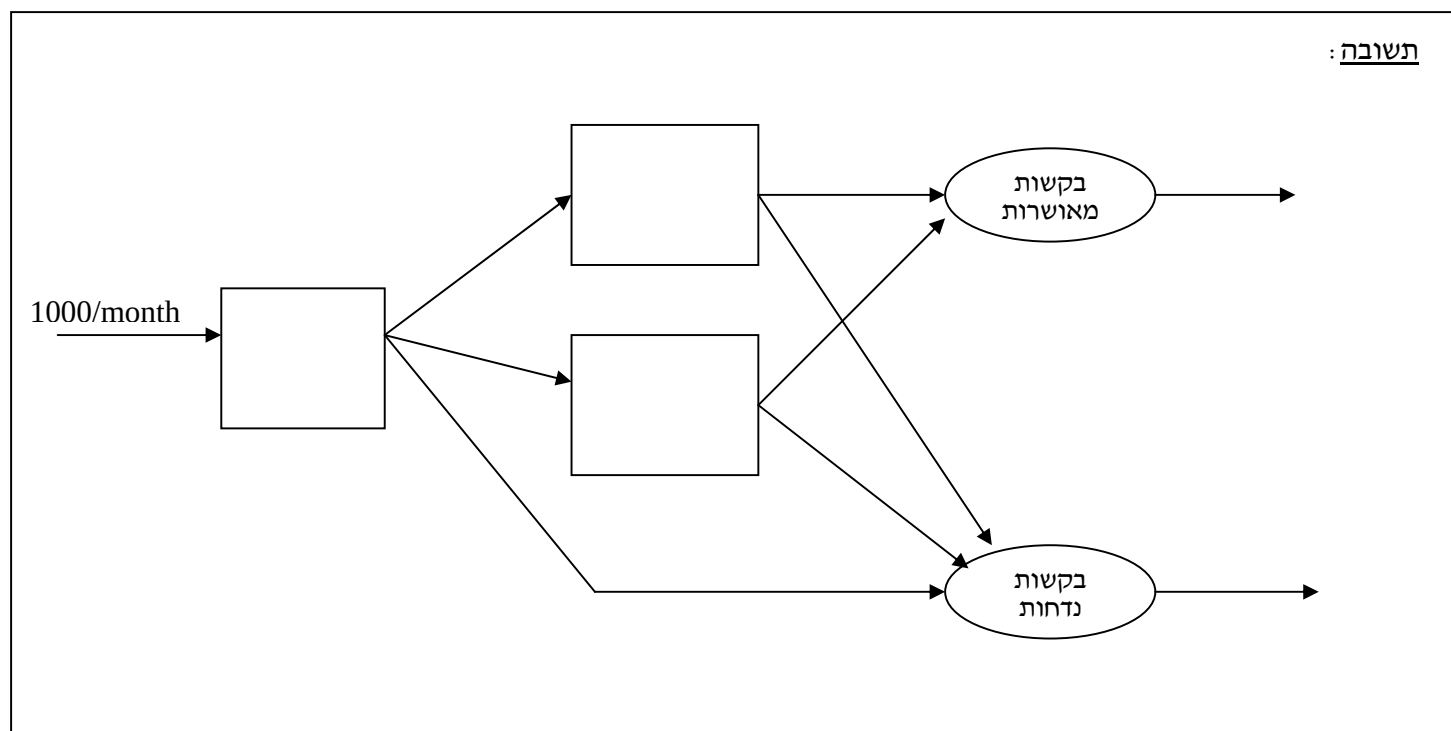
- A – בקשות שעבורן קיים סיכוי גבוה לאישור ועבורן נדרשת בדיקה קצרה נוספת.
- B – בקשות עבורן נדרשת בדיקה מפורטת.
- C – בקשות נדחות לאחר בדיקה ראשונית.

נמצא כי בממוצע 25% מכלל הבקשות הן מסוג A, 25% מסוג B ו- 50% מסוג C. בממוצע, 70% מהבקשות מסוג A ו- 10% מהבקשות מסוג B מאושרות בתום הבדיקה הנוספת. מספר הבקשות הממוצע בתהליך הינו כדלקמן: 200 בקשות בבדיקה הראשונית, 25 בבדיקה לבקשות מסוג A ו- 150 בבדיקה לבקשות מסוג B.

2.1.1 חשבו את ממוצע זמן בדיקת בקשה לפי תהליך 1.

תשובה:

2.1.2 השלימו את התרשים המתאר את תהליך 2 ע"י תוספת שמות הפעילויות, אחוזי מעבר, קצבי מעבר וממוצע מספר בקשות בתחנה.



2.1.3 חשבו את ממוצע זמן בדיקת בקשה לפי תהליך 2.

תשובה:

2.1.4 האם זמן השירות הממוצע עבור בקשות שאושרו השתפר במעבר מתהליך 1 לתהליך 2? הציגו את חישוביכם.

תשובה:

2.1.5 הניחו כי 8 סוכנים עובדים בתחנת הבדיקה הנוספת לבקשות מסוג B וכי עומס העבודה מתחלק ביניהם באופן שווה. כל סוכן יכול לשרת 40 בקשות לחודש. בנוסף, בממוצע, 20% מהבקשות שמסווגות לאחר הבדיקה הראשונית לקבוצה A דורשות למעשה בדיקה מפורטת יותר, ונשלחות לבדיקה עבור קבוצה B (לאחר בדיקתן בקבוצה A). מהי נצילות סוכן בתחנת הבדיקה מסוג B? הציגו את חישוביכם.

תשובה:

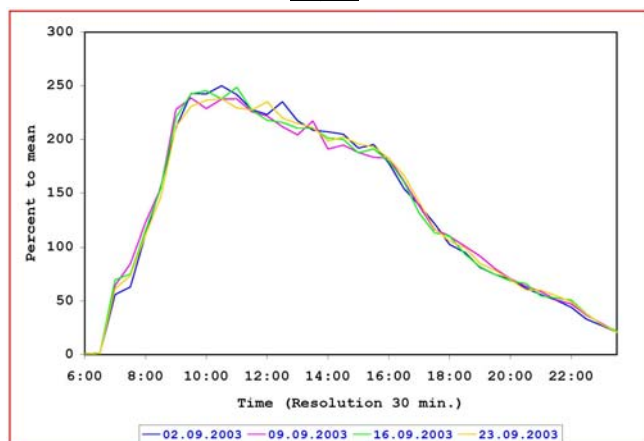
2.1.6 תחת ההנחות של סעיף 2.1.5, מהו פרופיל התעסוקה של סוכן בתחנה B? כלומר, מהו אחוז הזמן בטווח הארוך בו עסוק הסוכן בהערכת בקשות שהגיעו ישירות מהבדיקה הראשונית, בטיפול בבקשות שהגיעו מתחנת בדיקה A ומהו אחוז זמן חוסר-התעסוקה?

תשובה:

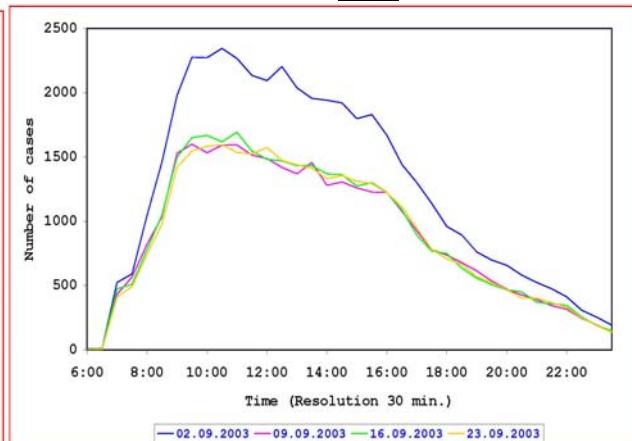
חלק 2. תחזית קצב מופע.

2.2.1 להלן מתוארים מופעים למוקד שירות טלפוני של בנק אמריקאי בימי שלישי בחודש ספטמבר 2003. גרף 2 מתאר מספר מופעים לחצי שעה וגרף 3 את מספר מופעים זה ביחס לממוצע היומי (באחוזים). בהנחה שהמופע למוקד הוא פואסון לא הומוגני בזמן, באיזה מודל מתמטי לקצב המופע $\lambda(t)$ הייתם ממליצים להשתמש, ובאילו שיטות הייתם חוזים אותו.

גרף 3



גרף 2



תשובה:

שאלה 3 יישום (15 נקודות)

חלק 1. Erlang-C

הטבלה הבאה הינה פלט מתוכנת 4CallCenters.

4CallCenters v2.23

File Table Settings Help

Performance Profiler
Staffing Query
Advanced Profiling
Advanced Queries
What-if Analysis

Performance Profiler
Performance Profiler allows you to determine and optimize the Performance Level of your Call Center. Enter your parameters and click 'Compute'.

Your Call Center's Parameters

Number of Agents Answering Calls
1

Average Time to Handle One Call (mm:ss)
03:00

Calls per 60 minute Interval
15

Settings

Features:
None Selected

Basic Interval:
60 minutes

Target Time:
00:00 (mm:ss)

Change Settings

Compute
Add to Table
Delete Rows
Clear All
Export
Import
Graph

	Basic Interval (minutes)	Target Time to Answer	Number of Agents	Average Handling Time	Calls per Interval	Agent's Occupancy	Average Speed of Answer	%Answer within Target	Average Queue Length
Results									
1	60.0	00:00.0	1.0	03:00.0	15.0	75.0%			
2									
3									

13

3.1.1 שחזרו את הערך החסר עבור תוחלת זמן ההמתנה בתור.

את תשובתכם לשאלה זו חלקו לשני שלבים. בשלב הראשון, העזרו ברמז הנתון על מנת לחשב את התפלגות זמן ההמתנה במערכת Erlang-C. הסבירו חישוביכם. בשלב השני, השתמשו בתוצאה מהשלב הראשון על מנת לחשב את תוחלת זמן ההמתנה.

רמז: במערכת $M | M | n$, במצב יציב מתקיים:

$$L_q = \begin{cases} 0 & \text{w.p. } 1 - E_{2,n} \\ \text{Geom}_{\geq 0}(1 - \rho) & \text{w.p. } E_{2,n} \end{cases}$$

$$\text{כאשר } \rho = \frac{\lambda}{n\mu}.$$

תשובה:

התפלגות זמן ההמתנה:

תוחלת זמן ההמתנה:

3.1.2 שחזרו את ממוצע מספר הלקוחות במערכת (בתור ובשירות).

תשובה :

3.1.3 הניחו כי מספר המופעים ומספר השרתים גדלו שניהם פי 5, וקצב השירות לא השתנה. (כל 5 השרתים משרתים תור יחיד). האם תוחלת זמן ההמתנה תרד / תעלה / לא תשתנה? תנו תשובה מדויקת ככל שתוכלו.

תשובה :

חלק 2.

הטבלה הבאה הינה פלט מתוכנת 4CallCenters.

4CallCenters v2.23
File Table Settings Help

Performance Profiler | Staffing Query | Advanced Profiling | Advanced Queries | What-if Analysis

Performance Profiler Performance Profiler allows you to determine and optimize the Performance Level of your Call Center. Enter 'Compute'.

Your Call Center's Parameters

- Number of Agents Answering Calls: 5
- Average Time to Handle One Call (mm:ss): 03:00
- Calls per 60 minute Interval: 100
- Number of Trunks Available: 5

Settings

- Features: Trunks
- Basic Interval: 60 minutes
- Target Time: 00:00 (mm:ss)

Change Settings

Compute | Add to Table | Delete Rows | Clear All | Export | Import | Graph

	Basic Interval (minutes)	Target Time to Answer	Number of Agents	Average Handling Time	Calls per Interval	Number of Trunks	Agent's Occupancy	Average Trunks Utilized	%Block
Results									
1	60.0	00:00.0	5.0	03:00.0	100.0	5.0	71.5%	3.6	28.5%
2									
3									

עבור המודל שתוצאות ניתוחו מוצגות בטבלה הנ"ל, נסמן ב- $L(t)$ את מספר האנשים במערכת בזמן t . אזי $L = \{L(t), t \geq 0\}$ הוא תהליך לידה ומוות תורי.

3.2.1 ציירו את דיאגרמת קצבי המעבר של L .

תשובה:

3.2.2 הניחו כי מספר הקווים במערכת המתוארת עלה ל-6 קווים. שאר הפרמטרים של המודל לא השתנו. האם נצילות מוקדן תרד / תעלה / לא תשתנה? הסבירו תשובתכם.

תשובה:

3.2.3 תארו מערכת תורים נוספת עבורה מתאימה דיאגרמת קצבי המעבר שציירתם בשאלה הקודמת: רשמו את סימוני המודל המתמטי המתאים ואת ערכי הפרמטרים של המודל.

תשובה:

3.2.4 הניחו כעת כי מספר הקווים במערכת המתוארת הוא אינסופי. האם המערכת ארגודית (תגיע למצב יציב)?

תשובה:

חלק 3. ניתוח של דו"ח ACD

להלן נתון חלק של דו"ח ACD ממוקד שירות טלפוני בארץ. (משכי זמן מוצגים בשניות). לצורך השאלות שלהלן, ניתן לתאר את המוקד כמערכת Erlang-A.

Time Interval	Arrivals	Service Time	Agents	Average Wait	%Abandon	% Wait=0
14:00	582	183.3	55.9	32.9	7.39	31.19
14:30	485	188.1	54.4	14.9	3.71	46.89
15:00	472	172.1	51.6	0.5	0.00	98.73
15:30	495	167.9	47.6	11.1	1.41	56.02
16:00	473	176.5	50.6	4.7	0.42	74.42
16:30	520	174.1	52.7	5.7	0.58	72.02
17:00	568	179.1	52.9	18.1	5.81	33.64
17:30	491	185.4	49.9	21.2	5.70	39.64
18:00	517	179.0	52.5	9.0	2.90	65.19
18:30	467	215.1	50.0	11.1	1.93	51.84
19:00	439	180.3	51.4	1.0	0.00	90.48
19:30	451	184.6	51.1	1.4	0.22	92.00
20:00	412	193.4	50.5	0.5	0.00	95.87
20:30	421	179.4	46.1	0.5	0.00	96.67

3.3.1 הניחו כי ברשותכם דו"ח ה-ACD היומי המלא. תארו בפירוט כיצד תאמדו את ממוצע זמן הסבלנות? אם הינכם משתמשים בממוצע יומי של מדד ביצוע כלשהו, הציגו את אופן חישובו באמצעות הנתונים שבדו"ח. הניחו כי ממוצע הסבלנות קבוע במהלך היום.

תשובה:

את שתי השאלות הבאות עליכם לפתור ללא שימוש בגרפים הנתונים בעמודים 26-27, תוך הצגת דרך הפתרון המלאה.

3.3.2 הניחו כי מספר המופעים בין השעות 17:00-17:30 גדל פי 2. מהו מספר המוקדנים המינימלי הדרוש כדי שההסתברות להמתין באינטרוול זמן זה לא תגדל. הסבירו את תשובתכם.

תשובה:

3.3.3 תחת האיוש שקבעתם בסעיף הקודם, כיצד ישתנה אחוז הנטישה באינטרוול הזמן 17:00-17:30? הסבירו את תשובתכם.

תשובה:

שאלה 4 תיאוריה יישומית (10 נקודות)

בקורס למדנו לנתח מערכת Erlang-A, עם פרמטרים λ, μ, θ ו- N קבועים. אמפירית, אנו מגלים לעיתים כי שונות קצב המופע גבוה משמעותית מממוצע קצב המופע, ולכן מידול המופעים לפי תהליך פואסון עם קצב קבוע λ , נניח על פני שעה או חצי שעה, אינו מתאים במקרים אלו (עבור תהליך שכזה מתקיים תוחלת=שונות= λ).
דרך למדל תהליך מופע במקרים אלו היא על-ידי התייחסות לקצב המופע, λ , כמשתנה מקרי ולא כקבוע. נבנה מודל למערכת שירות בה מופע הלקוחות בתקופה מסוימת הוא תהליך פואסון, אבל קצב המופע אינו ידוע בוודאות וניתן לתארו באופן הבא: קצב המופע יהיה 80 לקוחות לדקה בהסתברות $1/3$, 100 לקוחות לדקה בהסתברות $1/3$, או 120 לקוחות לדקה בהסתברות של $1/3$.
משך השירות וזמן סבלנות לקוח מפולגים מעריכית, שניהם עם תוחלת של 3 דקות.

במטרה לקבוע את מספר המוקדנים שיאיישו את המוקד ביום מסויים, הוגדר יעד רמת שירות של לכל היותר 40% ממתנינים בממוצע (דהיינו, לפחות 60% מקבלים שירות מיידית, ללא המתנה בתור). בכדי להשיג רמת שירות זו, פותחה (בעבודת מסטר בפקולטה) שיטה בדומה לשיטות שלמדנו בקורס. בעזרת השיטה נמצא שנדרשים במוקד הנ"ל, לפחות 315 מוקדנים. **כמובן, רמת איוש זו מביאה בחשבון את חוסר הודאות בקצב המופע. בפרט, לו היה ידוע קצב המופע בדיוק, ניתן היה לחשב עבורו רמת איוש מתאימה יותר.**

בשאלה זו נדון בביצועים התפעוליים של המוקד תחת רמת האיוש הנ"ל, רמה המבוססת על חוסר הודאות בקצב המופע. בנוסף, נדון בעלויות המוקד תחת שני תרחישים שונים.

נניח שעלות שעת עבודה מוקדן הינה 40 ₪, עלות דקת המתנה של לקוח הינה 1 ₪, ועלות נטישת לקוח הינה 6 ₪.

מתצפיות שנערכות בתחילת יום העבודה, ניתן לקבוע את קצב המופע בפועל (80, 100 או 120). נניח כעת כי במהלך יום העבודה ניתן לשנות את האיוש במוקד – להזמין מוקדנים נוספים, או לשחרר מוקדנים בטרם הסתיים יום העבודה. שינוי באיוש המוקד כרוך בתשלום נוסף למוקדנים – עלות שעת עבודה של מוקדן שהוזמן לצורך תגבור המוקד הינה 45₪ ומוקדן ששוחרר מעבודה במוקד בתחילת יום העבודה מקבל פיצוי של 10 ₪ עבור כל שעת עבודה אותה הפסיד.

בכל אחד משני התרחישים הבאים, תארו מה יקרה במוקד הנ"ל תחת רמת איוש של 315 מוקדנים. בתשובתכם התייחסו לשאלות המנחות.

השתמשו בגרפים הנתונים בעמודים 26-27 על מנת להעריך את מדדי הביצוע של המוקד.

4.1 תרחיש 1:

בתחילת יום העבודה נמצא כי קצב המופע הינו 80 לקוחות לדקה (יום עם עומס קל).
הערה: נתון פתרון חלקי (סעיפים א, ב ו-ג).

תשובה:

א. באיזה תחום תפעולי פועל המוקד? הסבירו קביעתכם.

תחת איוש של 315 מוקדנים, אם היום הינו יום קל (קצב מופע של 80 לקוחות לדקה), המערכת תפעל בתחום QD.

$$315 = 80 * 3 + \tilde{\beta} \sqrt{80 * 3}$$

$$\Rightarrow \tilde{\beta} = 4.84$$

ב. מה המוקד מרוויח או מפסיד באיוש שנקבע (315), תוך התחשבות בשיקולי רמת שירות ועלויות.

במקרה זה, מושגת רמת שירות גבוהה אך בעלות של מוקדנים רבים.

מדדים תפעוליים של המערכת:

100% נענים מיידית $\Leftarrow$ אין נטישות.

$$\text{נצילות מוקדן} - 0.76 = \frac{80 * 3}{315}$$

ג. מהי עלות המוקד לשעה, תחת איוש של 315 מוקדנים?

מכיוון שאין המתנות, עלות שעת פעילות של המוקד הינה עלות השרתים: $315 * 40 = 12600$.

ד. תחת תנאי התרחיש, מהו האיוש האופטימלי להשגת יעד השירות של 40% ממתנינים.

ה. תחת האיוש החדש האופטימלי שקבעתם, מהי העלות של שעת תפעול המוקד.

ו. השוו בין העלויות מסעיפים ג' ו-ה', תוך הפרדה לעלויות שרתים ועלויות הנובעות מהביצועים התפעוליים של המוקד.

4.2 תרחיש 2:

בתחילת יום העבודה נמצא כי קצב המופע הינו 120 לקוחות לדקה (יום עמוס).

תשובה:

א. באיזה תחום תפעולי פועל המוקד? הסבירו קביעתכם.

ב. מה המוקד מרוויח או מפסיד באיוש שנקבע (315), תוך התחשבות בשיקולי רמת שירות ועלויות.

ג. מהי עלות המוקד לשעה, תחת איוש של 315 מוקדנים?

ד. תחת תנאי התרחיש, מהו האיוש האופטימלי להשגת יעד השירות של 40% ממתנינים.

ה. תחת האיוש החדש האופטימלי שקבעתם, מהי העלות של שעת תפעול המוקד.

ו. השוו בין העלויות מסעיפים ג' ו-ה', תוך הפרדה לעלויות שרתים ועלויות הנובעות מהביצועים התפעוליים של המוקד.

4.3 רמת האיוש בתחילת השאלה (315 מוקדנים) נקבעה לפי כלל איוש המתייחס להתפלגות קצב המופע, ומשיגה תוחלת אחוז ממתנינים של 40%. נניח שאנו רוצים להבטיח (לא בתוחלת) כי במוקד יהיו לכל היותר 40% ממתנינים, וזאת למרות חוסר הודאות על קצב המופע. מהי רמת איוש שתבטיח זאת? השוו אותה ל- 315 מוקדנים.

תשובה :

4.4 ניתן לתאר את קצב המופע האקראי הנתון בתחילת השאלה באופן הבא: נסמן את תוחלת קצב המופע ב- $\bar{\lambda} = 100$ ונגדיר משתנה מקרי בדיד, X , המקבל ערכים 0.8 או 1 או 1.2, בהסתברות $1/3$ לכל ערך. אזי, קצב המופע הינו המשתנה המקרי $\bar{\lambda} \cdot X$. בעבודת המסטר שהוזכרה לעיל, הוכח שכלל האיוש, לפיו נקבעה רמת האיוש בתחילת השאלה (315 מוקדנים), הוא מהצורה הבאה:

$$N = \left\lceil R \cdot x + \beta \sqrt{R \cdot x} \right\rceil$$

כאשר $R = \frac{\bar{\lambda}}{\mu}$ הינו תוחלת העומס המוצע במערכת הסטציונארית. פרמטר ה-QoS (Quality of Service) בכלל האיוש

הנ"ל הינו דו מימדי - (x, β) , כאשר x הינו אחד משלושת הערכים של המשתנה המקרי X (0.8, 1.0, 1.2), ו-
 $-\infty < \beta < \infty$. נציין כי קיימת התאמה חד-חד ערכית בין (x, β) ואחוז הממתנינים. לדוגמא, כדי להשיג 40% ממתנינים

$$N = \left\lceil 300 \cdot 1 + 0.84 \sqrt{300 \cdot 1} \right\rceil = 315 \text{ , כלומר } (x, \beta) = (1, 0.84) \text{ .}$$

שימו לב כי במסגרת שאלה זו, אנו לא מציגים את אופן בחירת ערכי x ו- β .

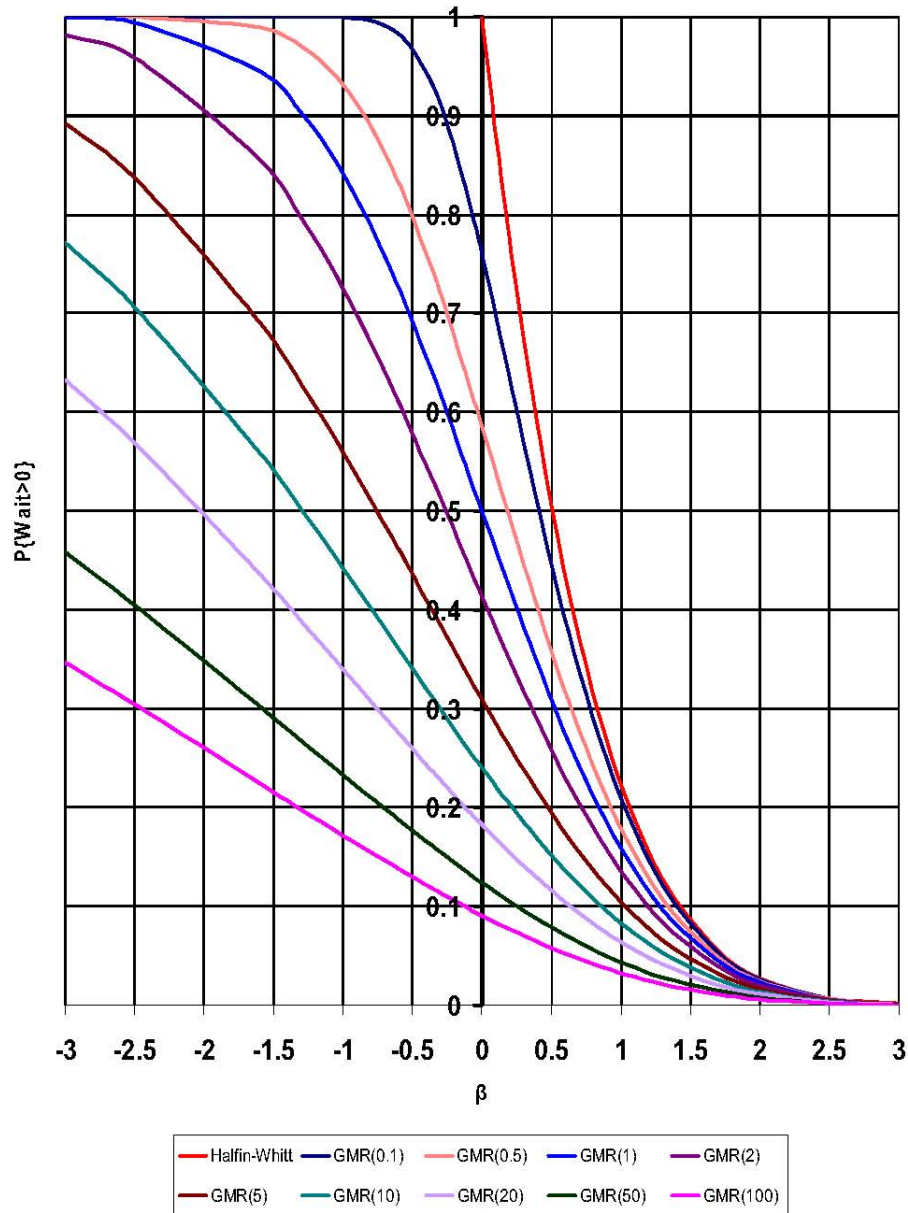
נניח כעת כי, בנוסף לאקראיות, קצב המופע משתנה בזמן. כלומר, קצב המופע הינו מהצורה $\bar{\lambda}(t) \cdot X$, כאשר $0 \leq t$, $\bar{\lambda}(t)$ הינה פונקציה ממוצע קצב המופע ו- X מ"מ כמוגדר לעיל.

עבור מקרה לא סטציונארי זה, ועל סמך חומר הקורס, הציעו כלל איוש המשיג יציבות לאורך זמן של אחוז הממתינים (40%). היו מדויקים ככל שתוכלו.

תשובה:

Erlang-A: The Garnett Delay-Functions

$P\{W_q > 0\}$ vs. the QOS parameter β , for varying patience θ/μ .

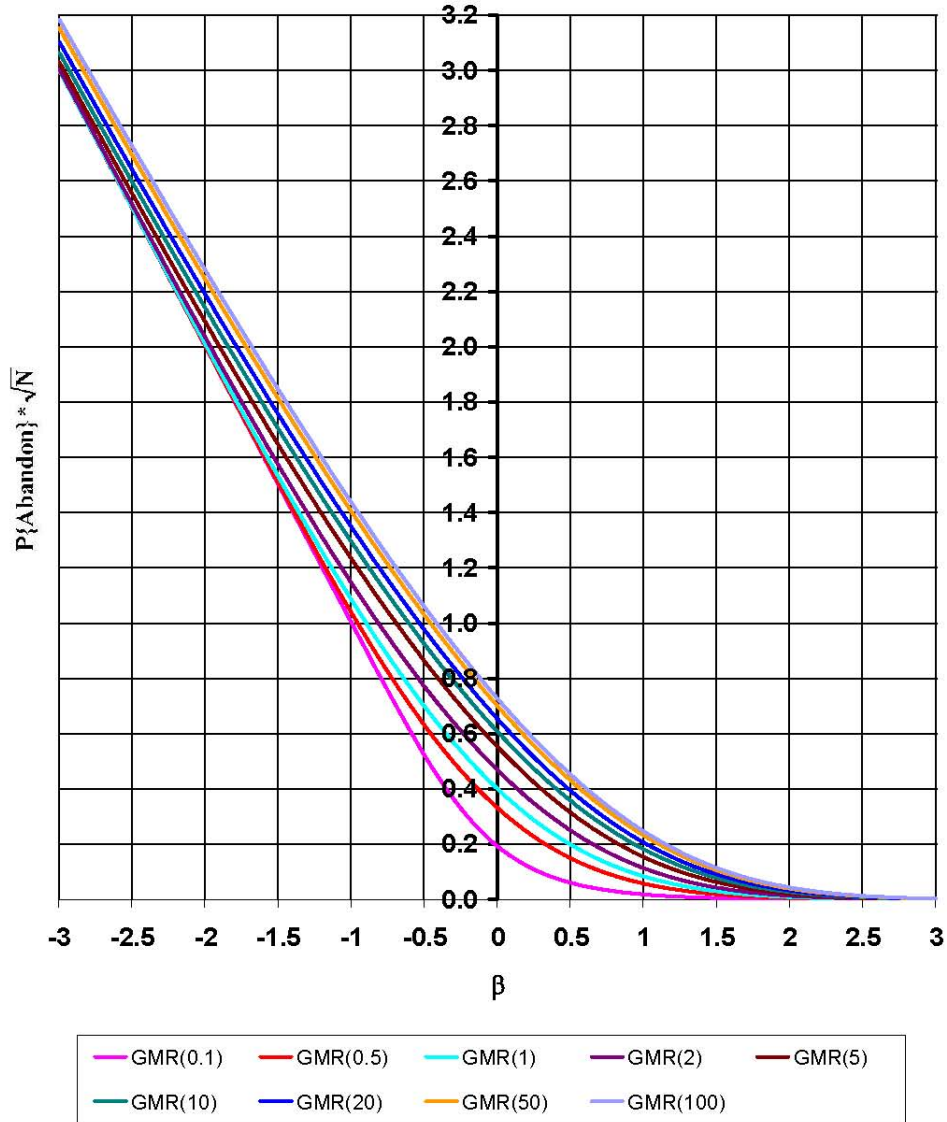


GMR(x) describes the asymptotic probability of delay as a function of β when $\frac{\theta}{\mu} = x$. Here, θ and μ are the abandonment and service rate, respectively.

Note: **Erlang-C** = limit of **Erlang-A**, as patience $\uparrow$ indefinitely.

Erlang-A: % Abandonment

$\%Ab \times \sqrt{n}$ vs. β , for varying (im)patience (θ/μ):



Note the behavior like $-\beta/\sqrt{n}$, for (relatively) large negative β and over all (im)patience levels. For an explanation, think **ED**: $n = R + \beta\sqrt{R} = R - \gamma R$; hence $\gamma \approx -\beta/\sqrt{R} \approx -\beta/\sqrt{n}$, and γ is $P\{Ab\}$ in the ED-Regime.

טבלה 1

call_id	q_start	q_exit	ser_start	ser_exit	outcome	wait_time	service_time	Agent
510013309	06:23:00	06:23:07	06:23:08	06:25:01	Agent	7	113	23015
510013355	06:23:19	06:24:30	06:24:31	06:24:51	Agent	71	20	23007
510013559	06:24:52	06:24:52	06:24:52	06:26:57	Agent	0	125	23007
510013814	06:26:32	06:26:33	06:26:33	06:27:27	Agent	1	54	23015
510013830	06:26:36	06:26:38	00:00:00	00:00:00	Abandon	2	0	0
510013871	06:26:47	06:26:57	06:26:58	06:28:45	Agent	10	107	23007
510014006	06:27:53	06:27:53	06:27:53	06:29:46	Agent	0	113	23015
510014071	06:28:15	06:28:45	06:28:46	06:29:04	Agent	30	18	23007
510014116	06:28:35	06:29:04	06:29:05	06:30:31	Agent	29	86	23007
510014132	06:28:43	06:29:46	06:29:47	06:31:27	Agent	63	100	23015
510014196	06:29:05	06:30:31	06:30:32	06:34:32	Agent	86	240	23007
510014425	06:30:38	06:31:27	06:31:27	06:34:31	Agent	49	184	23015
510014578	06:31:32	06:34:31	06:34:32	06:35:54	Agent	179	82	23015
510014674	06:32:06	06:34:32	06:34:33	06:37:04	Agent	146	151	23007
510014702	06:32:18	06:33:00	00:00:00	00:00:00	Abandon	42	0	0
510014712	06:32:26	06:35:54	06:35:55	06:37:37	Agent	208	102	23015
510014750	06:32:37	06:36:08	06:36:09	06:47:58	Agent	211	709	23041
510014927	06:33:46	06:37:04	06:37:05	06:43:49	Agent	198	404	23007
510015175	06:35:19	06:36:04	00:00:00	00:00:00	Abandon	45	0	0
510015368	06:36:28	06:37:37	06:37:38	06:39:53	Agent	69	135	23015
510015393	06:36:35	06:37:54	00:00:00	00:00:00	Abandon	79	0	0
510015405	06:36:39	06:39:53	06:39:54	06:51:04	Agent	194	670	23015
510015441	06:36:55	06:43:49	06:43:50	06:45:58	Agent	414	128	23007
510015539	06:37:41	06:45:58	06:45:59	06:47:44	Agent	497	105	23007
510015752	06:38:54	06:39:14	00:00:00	00:00:00	Abandon	20	0	0
510015802	06:39:13	06:40:31	00:00:00	00:00:00	Abandon	78	0	0
510016057	06:40:42	06:40:59	00:00:00	00:00:00	Abandon	17	0	0
510016208	06:41:36	06:47:44	06:47:45	06:51:29	Agent	368	224	23007
510016446	06:42:56	06:47:58	06:47:59	06:48:31	Agent	302	32	23041
510016552	06:43:35	06:45:36	00:00:00	00:00:00	Abandon	121	0	0
510016619	06:44:02	06:48:31	06:48:32	06:50:56	Agent	269	144	23041
510016625	06:44:05	06:46:13	00:00:00	00:00:00	Abandon	128	0	0
510016700	06:44:32	06:50:56	06:50:57	06:56:20	Agent	384	323	23041
510016708	06:44:36	06:51:04	06:51:05	06:53:01	Agent	388	116	23015
510016925	06:45:53	06:51:29	06:51:30	06:53:14	Agent	336	104	23007
510017302	06:48:04	06:53:01	06:53:02	06:54:12	Agent	297	70	23015
510017389	06:48:31	06:49:30	00:00:00	00:00:00	Abandon	59	0	0
510017423	06:48:42	06:53:14	06:53:14	06:54:56	Agent	272	102	23007
510017606	06:49:55	06:54:12	06:54:12	06:55:49	Agent	257	97	23015
510017636	06:50:03	06:51:57	00:00:00	00:00:00	Abandon	114	0	0
510017717	06:50:38	06:54:56	06:54:57	06:56:50	Agent	258	113	23007

טבלה 2

time	Arr_sys	Dep_sys	Arr_q	Dep_q	Arr_ser	Dep_ser
06:15	6	6	6	6	5	5
06:16	6	6	6	6	5	5
06:17	6	6	6	6	5	5
06:18	6	6	6	6	5	5
06:19	7	6	7	7	6	5
06:20	7	6	7	7	6	5
06:21	7	6	7	7	6	5
06:22	8	6	8	8	7	5
06:23	9	6	9	9	8	5
06:24	11	7	11	10	9	6
06:25	12	9	12	12	11	8
06:26	12	10	12	12	11	9
06:27	15	12	15	15	13	10
06:28	16	13	16	16	14	11
06:29	19	14	19	17	15	12
06:30	20	16	20	19	17	14
06:31	21	17	21	20	18	15
06:32	22	18	22	21	19	16
06:33	26	18	26	21	19	16
06:34	27	19	27	22	19	16
06:35	27	21	27	24	21	18
06:36	28	22	28	25	22	19
06:37	32	24	32	27	23	20
06:38	33	27	33	30	25	22
06:39	34	27	34	30	25	22
06:40	35	29	35	32	26	23
06:41	36	31	36	34	26	23
06:42	37	31	37	34	26	23
06:43	38	31	38	34	26	23
06:44	39	32	39	35	27	24
06:45	43	32	43	35	27	24
06:46	44	34	44	37	28	25
06:47	44	35	44	38	28	25
06:48	44	37	44	40	30	27
06:49	47	38	47	41	31	28
06:50	48	39	48	42	31	28
06:51	51	40	51	43	32	29
06:52	53	43	53	46	34	31
06:53	54	43	54	46	34	31
06:54	54	45	54	48	36	33
06:55	54	47	54	50	38	35
06:56	56	49	56	52	39	36
06:57	59	52	59	55	41	38
06:58	59	53	59	56	42	39
06:59	60	54	60	57	43	40
07:00	60	55	60	59	44	40
07:01	62	57	62	62	46	41
07:02	64	57	64	64	48	41
07:03	70	62	70	68	51	45
07:04	70	63	70	70	53	46
07:05	71	65	71	71	54	48
07:06	74	67	74	74	57	50
07:07	79	69	79	78	61	52
07:08	80	72	80	80	63	55