



מרצה : ד"ר גלית יום-טוב

מתרגל : אריק סנדרוביץ'

תאריך הבחינה : 17.7.2014

מס' סטודנט \_\_\_\_\_

שם \_\_\_\_\_

הנדסת מערכות שירות – 096324

**מועד א' – סמסטר אביב 2014**

- המבחן נמשך **שלוש** שעות. באחריותך להחזירו במועד.
- **המבחן בחומר סגור.**
- **מותר להשתמש במחשבון.**
- המבחן כולל 25 עמודים, כולל עמוד זה.
- **כאשר נדרשים חישובים, ניתן לעגלם באופן שאינו פוגע בהבנת התשובה.**
- מלאו את הפרטים הנדרשים בראש העמוד, בכתב ברור בבקשה.
- על התשובות יש לענות במקומות המיועדים, שאמורים להספיק: מלל מיותר יגרע ניקוד.
- יש לתת **הסברים או הוכחות רק אם** התבקשתם במפורש לעשות זאת.

|               |        |                      |                                     |
|---------------|--------|----------------------|-------------------------------------|
| <b>ניקוד:</b> | שאלה 1 | _____ מתוך 20 נקודות | <b>בחינות קודמות/הרצאות/תרגולים</b> |
|               | שאלה 2 | _____ מתוך 20 נקודות | <b>תרגילי בית</b>                   |
|               | שאלה 3 | _____ מתוך 45 נקודות | <b>יישום</b>                        |
|               | שאלה 4 | _____ מתוך 15 נקודות | <b>תיאוריה</b>                      |

ס ה " כ \_\_\_\_\_ מתוך 100 נקודות

**בהצלחה !**

## שאלה 1 - בחינות קודמות (20 נקודות).

### **חלק 1. מופעים למערכת שירות (10 נקודות).**

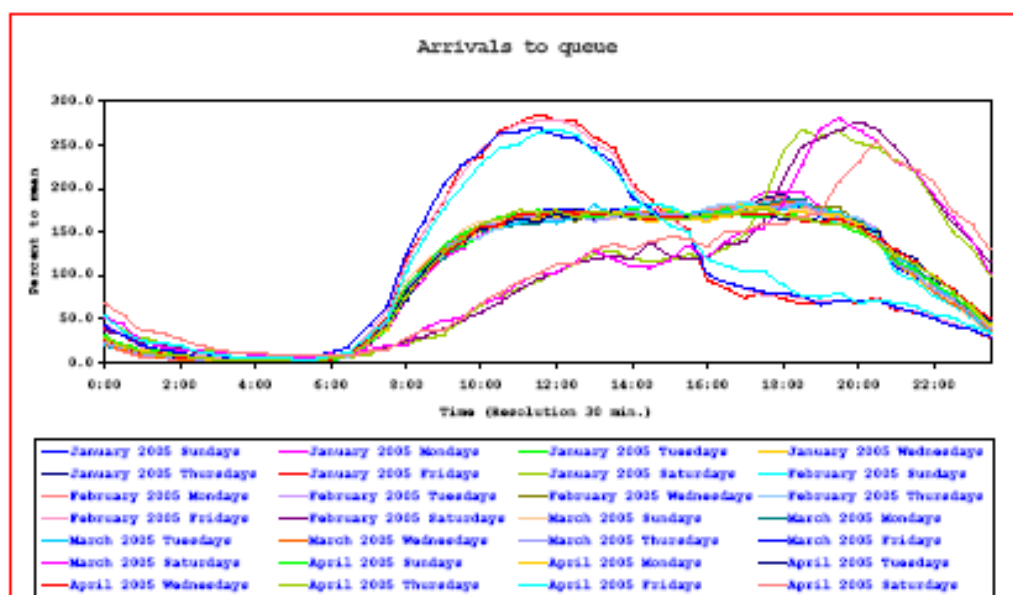
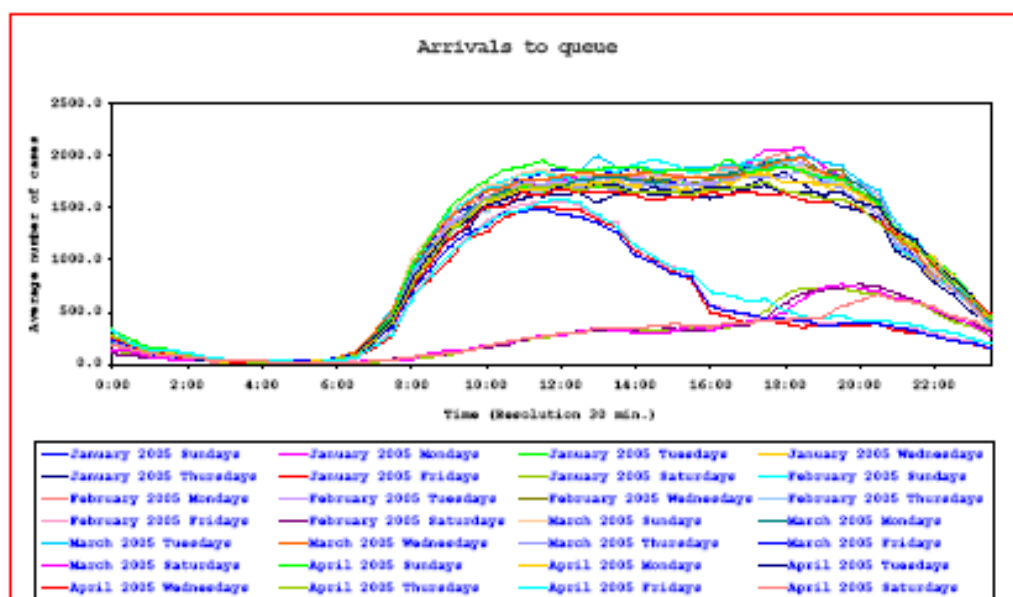
1.1 (7 נקודות) בתרשימים להלן מתוארים מופעים למוקד שירות טלפוני בארץ, בימים שונים של השבוע: הגרף הראשון מתאר מספר מופעים לחצי שעה והשני את מספר מופעים זה ביחס לממוצע היומי (באחוזים).

א. באיזה מודל מתמטי אפשר להשתמש כדי לתאר את תהליך המופע למוקד? אילו הנחות צריך להניח, והאם סביר להניח הנחות אלו?

ב. הצע שיטה למידול קצב המופע  $\lambda(t)$ . הצע שיטת חיזוי עבור הפרמטרים של המודל שהצעת.

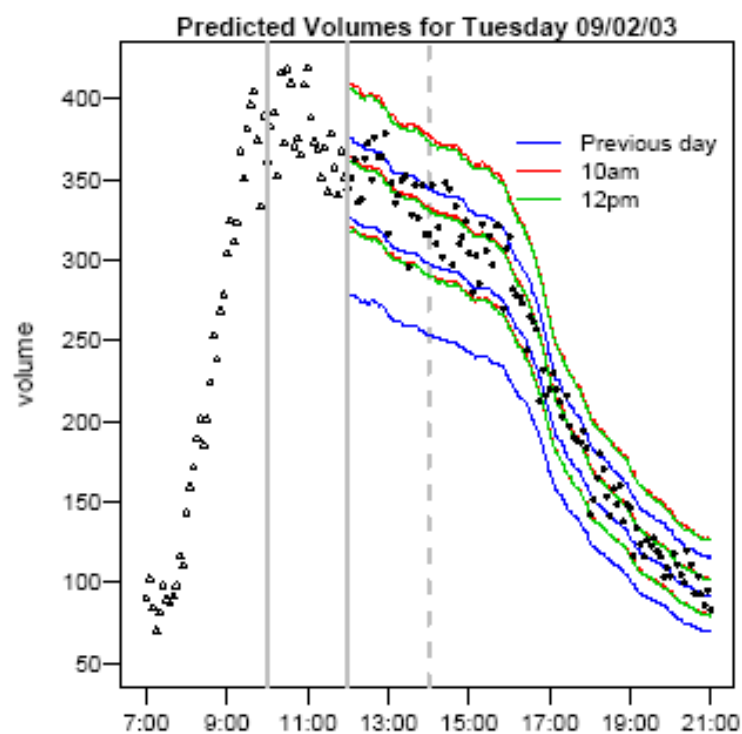
תשובה:

## Arrival Patterns, Israeli Telecom, 2005



1.2 (3 נקודות) להלן מתוארים שלשה ניסיונות לחזות קצב מופע למוקד שירות טלפוני בארה"ב. התחזית היא למספר המופעים החל משעה 12:00. הנקודות מתארות את המספר האמיתי. סכמו בקצרה את המסקנות העיקריות הנובעות מדוגמה זו.

## Comparison between Day-Ahead and Within-Day Predictions (Weinberg, Brown, Stroud, 2005)



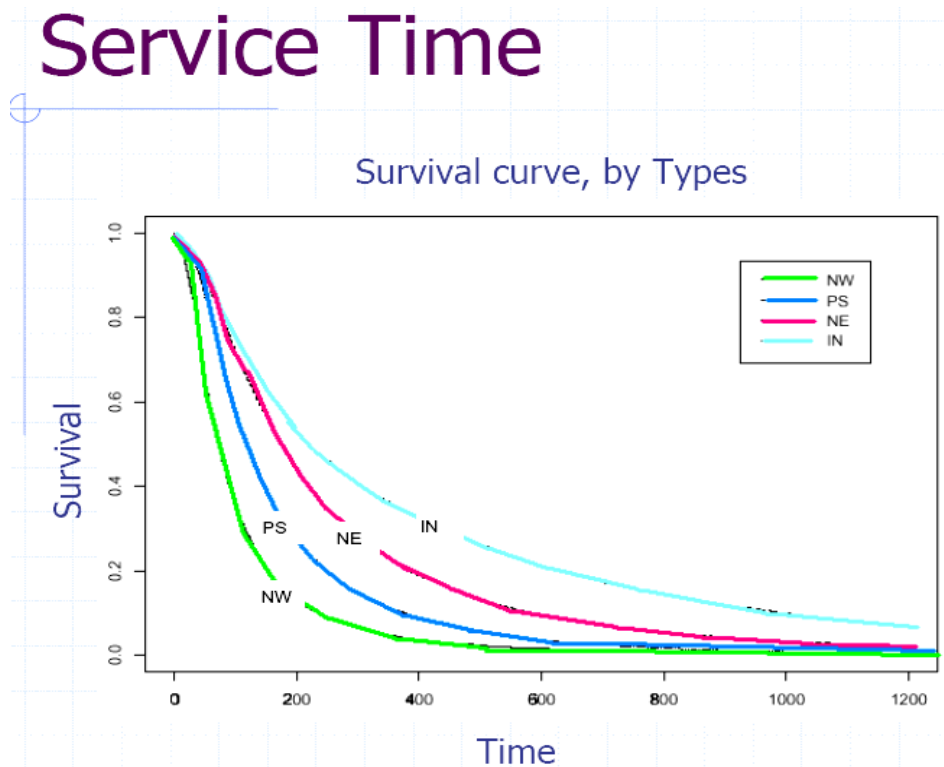
תשובה:

## חלק 2. משכי שירות (5 נקודות).

1.2 (2 נקודות) הגדירו יחס סדר סטוכסטי בין שני משתנים מקריים  $X$  ו- $Y$ . (לצורך ההגדרה, השתמשו בסימונים  $F_X$  ו- $F_Y$  עבור פונקציות ההתפלגות של  $X$  ו- $Y$  בהתאמה).

תשובה:

1.3 (3 נקודות) הגרף הבא מתאר את פונקציית השרידות ( $survival$  function) של משך השירות, עבור כל אחד מארבעת סוגי השירות במוקד שהכרנו בקורס.



נסמן ב- $T_{PS}$  משתנה מקרי בעל התפלגות משך השירות של לקוחות מסוג PS (פעילות שוטפת) וב- $T_{NE}$  התפלגות משך השירות של לקוחות מסוג NE (ניירות ערך).  
מי גדול יותר:  $E[T_{PS}]$  או  $E[T_{NE}]$ ? נמקו במדויק, תוך ציטוט העובדות המתמטיות בהן אתם משתמשים.

תשובה:

נימוק:

### חלק 3. סבלנות (5 נקודות).

1.5 (5 נקודות) בכיתה הוסבר שאמד' לממוצע הסבלנות של לקוח, המבוסס על נתונים קטומים (מצונזרים) ניתן על ידי

$$\text{ממוצע הסבלנות} = \frac{\text{סך הכל זמן ההמתנה (של משורתים או נוטשים)}}{\text{מספר הנוטשים}}$$

הסבירו כיצד ניתן להסיק מהאמד' הנ"ל את ההצגה:

$$\begin{array}{c} \text{ממוצע} \\ \text{ממוצע הסבלנות} = \text{זמן ההמתנה} + \text{זמן ההמתנה} \times \text{אינדקס הסבלנות} \\ \text{של נוטשים} \quad \text{של משורתים} \end{array}$$

עבור הסברכם, הגדירו במדויק את אינדקס הסבלנות.

תשובה:

## שאלה 2 – תרגילי בית.

### חלק 1 – "Pizza Anonymous" (10 נקודות).

בפיצרייה מסוימת ניתן לתאר את תהליך הגעת ההזמנות לפיצה באמצעות תהליך פואסון עם קצב של 12 הזמנות בשעה.

בפיצרייה מועסק מכין פיצות בודד, אשר עלות העסקתו הינה \$10 לשעה, המכין בממוצע פיצה אחת כל 3 דקות. זמן הכנת הפיצות מפולג מעריכית. לאחר הכנת הפיצה, היא מוכנסת לתנור בעל קיבולת של 10 פיצות, וזמן אפייתה הוא 12 דקות בדיוק. בפיצרייה צוות של 6 שליחים וזמן משלוח (הלוך ושוב) מפולג מעריכית עם ממוצע של 10 דקות. זמן נסיעה לכיוון אחד שווה למחצית זמן נסיעה הלוך ושוב, ונניח לפשטות כי גם זמן זה מפולג מעריכית. עלות העסקת שליח הינה \$8 לשעה. זמני הכנת הפיצות וזמני המשלוח בלתי תלויים.

הפיצרייה פועלת במדיניות לפיה היא מתחייבת לספק את הפיצה המוזמנת תוך 40 דקות מקבלת ההזמנה (תחילת הכנת הפיצה), ובמקרה של סטייה ממדיניות זו הלקוח מפוצה ע"י הוזלה של \$2 במחיר הפיצה.

2.1.1 (2 נקודות) שרטטו דיאגרמת זרימה לתהליך המתואר לעיל (Process Flow Diagram), החל מהגעת הזמנה ועד לשליחתה ללקוח. תארו כל תחנה באמצעות המודל המתמטי המתאים לה, תוך הסבר מתאים.

תשובה:

2.1.2 (2 נקודות) איזו פעולה מהווה את צוואר הבקבוק בתהליך? הסבירו בדיוק ככל שתוכלו.

תשובה :

2.1.3 (6 נקודות) חשבו את ההסתברות כי לקוח יפוצה עקב איחור בהגעת פיצה.  
לצורך החישוב, היעזרו בחומר המופיע בעמודים 13-14, הכולל: נספח שהופיע בתרגיל הבית והעמודים הרלוונטיים שנלקחו מההרצאות. הסבירו כל שלב בחישוביכם. **אין צורך בחישובים מספריים- מספיק שימוש בנוסחאות הרלוונטיות והצבת הפרמטרים בהן.**

תשובה :



### Sum of two exponential random variables.

Assume that  $X \sim \exp(\lambda_1)$ ,  $Y \sim \exp(\lambda_2)$ ,  $X$  and  $Y$  are independent and  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ . Then straightforward calculations provide us with the following cumulative distribution function of  $X + Y$ :

$$F(x) = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 x} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 x}.$$

### Sum of three exponential random variables.

Assume that  $X \sim \exp(\lambda_1)$ ,  $Y \sim \exp(\lambda_2)$ ,  $Z \sim \exp(\lambda_3)$ ,  $X$ ,  $Y$  and  $Z$  are independent and  $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$ . Then the cumulative distribution function of  $X + Y + Z$  is given by:

$$F(x) = 1 - \frac{\lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 x} - \frac{\lambda_1 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} e^{-\lambda_2 x} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{-\lambda_3 x}.$$

## M/M/1: Sojourn Time

---

**Sojourn time** is **exponentially** distributed:

$$W \stackrel{d}{=} \exp\left(\text{mean} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu} \left[1 + \frac{\rho}{1-\rho}\right]\right).$$

**Proof:** By PASTA and the memoryless-property of Exponentials,

$$W \stackrel{d}{=} \sum_{i=1}^N X_i, \quad X_i \sim \exp(\mu) \text{ i.i.d.},$$

$N \triangleq L + 1 \stackrel{d}{=} \text{Geom}(1 - \rho)$  (from 1);

$N$  and  $\{X_i\}$  are all independent.

**Conclude** by recalling: Geometric sum of iid Exponentials is Exponentially distributed. (The parameter is calculated via Wald.)

**Aside:** The latter property is essentially Poisson-Splitting. A self-contained proof can be give via *Moment generating functions*:

$$\begin{aligned} \phi_W(t) &\triangleq \mathbb{E}[\exp\{tW\}] = \mathbb{E}\left[\exp\left\{t \cdot \sum_{i=1}^N X_i\right\}\right] \\ &= \mathbb{E}\left[\mathbb{E}\left[\exp\left\{t \cdot \sum_{i=1}^N X_i\right\} \middle| N\right]\right] \\ &\quad (X_i \text{ independent with } \mathbb{E}[\exp\{tX_i\}] = \frac{\mu}{\mu-t}) \\ &= \mathbb{E}\left[\left(\frac{\mu}{\mu-t}\right)^N\right] = \sum_{k=1}^{\infty} (1-\rho)\rho^{k-1} \left(\frac{\mu}{\mu-t}\right)^k \\ &= \frac{\mu(1-\rho)}{\mu-t} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\mu\rho}{\mu-t}\right)^k = \frac{\mu(1-\rho)}{\mu(1-\rho)-t} \\ &= \phi_{\exp(\mu(1-\rho))}(t). \end{aligned}$$

## M/M/n Queue: Properties

---

**Erlang-C Formula** (1917) for the Delay probability:

$$P\{W_q > 0\} \triangleq E_{2,n} = \sum_{i \geq n} \pi_i = \frac{R^n}{n!} \frac{1}{1 - \rho} \cdot \pi_0.$$

**Erlang-C computation:** via recursion, see Erlang-B below.

**Erlang-C approximations:** important later in course.

**Number-in-queue:**

$$P\{L_q = i\} = E_{2,n} \cdot (1 - \rho)\rho^i, \quad i > 0,$$

or

$$L_q = \begin{cases} 0 & \text{wp } 1 - E_{2,n} \\ \text{Geom}_{\geq 0}(1 - \rho) & \text{wp } E_{2,n} \end{cases}$$

**Waiting time distribution:**

$$\frac{W_q}{1/\mu} = \begin{cases} 0 & \text{wp } 1 - E_{2,n} \\ \text{Exp}\left(\text{mean} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{1-\rho}\right) & \text{wp } E_{2,n} \end{cases}$$

Compare with M/M/1!

**Departure process:** Poisson( $\lambda$ ) in steady-state.

Proof via reversibility, as with M/M/1.

**חלק 2. המאמר של David Maister (The psychology of waiting lines) 10 נקודות.**

2.2. (10 נקודות) מחבר המאמר דן בהבדל בין זמן ההמתנה בפועל להמתנה הנתפסת. על פי חוק השירות הראשון במאמר – שביעות הרצון של לקוחות תלויה בפער בין רמת השירות הנתפסת לבין הציפייה לרמת שירות עמה הגיע הלקוח. תן ארבע דרכים להשפיע על שביעות הרצון של הלקוחות וציין על איזה מהפרמטרים הנ"ל היא משפיעה (תפיסה/ציפייה). יש לציין לפחות דרך אחת להשפיע על כל אחד משני הפרמטרים.

תשובה:

### שאלה 3 – יישום (45 נקודות)

להלן קטע קצר מתוך כתבה שדנה במסקנות ועדת גרמן.

## **גרמן: מיליארד שקל לקיצור תורים**

**לראשונה בישראל: מערכת הבריאות תקבל תוספת של למעלה ממיליארד שקלים במטרה לקצר תורים בבתי"ח ולחזק את קופות החולים. לא יהיה שר"פ בבתי"ח הציבוריים**

**הציבור ישלם פחות, יחכה פחות, ויקבל יותר** אחרי שנה של עבודה מאומצת, שרת הבריאות, יעל גרמן ומנכ"ל משרד הבריאות, פרופ' ארנון אפק, הציגו היום (ד') את עיקרי מסקנות ועדת גרמן לחיזוק מערכת הבריאות הציבורית. כשהחשובה שבהן היא תוספת של מיליארד שקלים למערכת הבריאות לטובת קיצור תורים במערכת הציבורית. תוספת זו מורכבת מ-300 מיליון שקלים שיועברו בשנה זו למערכת בתי החולים לקיצור משכי ההמתנה לניתוחים ושיפור השירות בחדרי המיון: יורחבו חדרי ניתוח, יוכשרו רופאים ואחיות ועוד. ו-700 מיליון שקלים מיועדים לקופות החולים במהלך 2015-2016 לטובת קיצור תורים.

בשאלה זו נתמקד בתורים לחדרי הניתוח בבתי החולים הציבוריים. בבית חולים "בריאות הציבור" ישנן כיום, ערב פרסום מסקנות גרמן, 30 חדרי ניתוח, בהם מבוצעים ניתוחים מתוכננים מסוגים שונים. חדרי הניתוח פועלים בין השעות 8:00 בבוקר ל-17:00 אחר הצהריים. קצב המופע לקביעת תור לניתוח הינו 70 מטופלים ליום. אחוז הביטולים בגין סיבות רפואיות או בגין מעבר לתורים ברפואה פרטית הינו 20% בממוצע.

#### **חלק 1. הבנת מצב קיים (18 נקודות)**

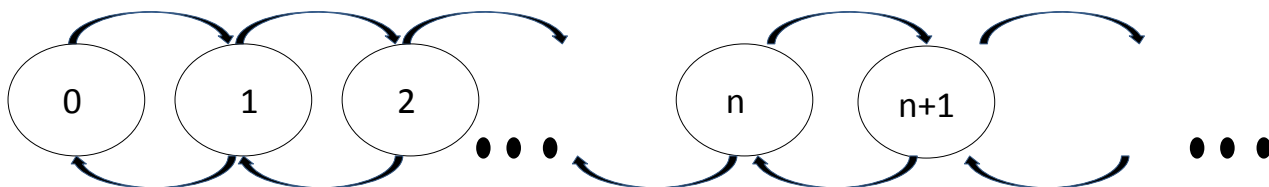
3.1. (2 נקודות) כיום, בבית חולים "בריאות הציבור", זמן ההמתנה הממוצע לניתוח מתוכנן הינו שנה. כמה לקוחות בממוצע נמצאים ברשימת ההמתנה לניתוחים מתוכננים? (ניתן להניח כי חדרי הניתוח עובדים 5 ימים בשבוע, 50 שבועות בשנה – כלומר 250 ימי עבודה).

תשובה:

3.2. (3 נקודות) הצע מודל תורים אשר יתאר את מערך חדרי הניתוח של בית החולים במצב יציב. פרט את ההנחות שהנחת ותן פרשנות מילולית לפרמטרים של המודל. (ניתן להניח הנחות על התפלגויות אבני הבנין של המודל). אין צורך לנקוב בערך הפרמטרים.

תשובה:

3.3. (2 נקודות) השלם את דיאגרמת קצבי המעבר המתאימה למודל שבחרת בסעיף 3.2. :



3.4. (4 נקודות) באיזה תחום תפעולי פועל מערך חדרי הניתוח של בית החולים? הסבר על סמך אילו נתונים הגעת למסקנה זו. תחת תחום זה, מהו פרמטר רמת השירות הנוכחית?

תשובה :

3.5. (3 נקודות) על סמך הנתונים שהופיעו בשאלה, תן אמד לסבלנות המטופלים להמתנה לניתוח מתוכנן.

תשובה :

3.6. (4 נקודות) תן קירוב לעומס המוצע (Offered-Load) במערכת הנוכחית. מהו בקרוב הממוצע של משך ניתוח יחיד?

תשובה:

**חלק 2 – ניתוח מצב מוצע. (12 נקודות)**

ועדת גרמן שמה לה כמטרה להביא לקיצור תורים לניתוחים. אחת השיטות היא הוספת חדרי ניתוח וצוותים רפואיים שיתפעלו אותם.

3.7. (4 נקודות) מהי כמות שעות הפעילות ליום שיש להקצות על מנת להוריד את ההמתנה ל**חצי שנה**? הסבר.

תשובה:

3.8. (1 נקודות) מהו ממוצע אורך התור במערכת החדשה?

תשובה:

3.9. (5 נקודות) בהינתן שכמות חדרי הניתוח תשתנה היום, המערכת לא תתייצב על רמת השירות החדשה באופן מיידי. כיצד ניתן לחשב את הזמן שיעבור עד להתיצבות המערכת על רמת השירות הרצויה? כיתבו את הנוסחאות המתאימות על מנת לבצע חישוב זה, אין צורך לבצע את חישוב הזמן בפועל.

תשובה:



3.10 (2 נקודות) נניח שמשרד הבריאות ביצע חישוב לזמן הרצוי, והתקבל שדרושים 4 שנים להתיצבות המערכת. הועדה מעוניינת שהזמן יקוצר לשנתיים. כיצד היית ממליץ לועדה להגיע למטרה זו?

תשובה:

**חלק 3. חיזוי זמני המתנה. (15 נקודות)**

כחלק מהחלטות ועדת גרמן, כל מטופל אשר ממתין לניתוח מתוכנן יוכל לדעת בזמן אמת את זמן ההמתנה המשוער שלו. בשאלה זו תצטרכו לאמוד את זמן ההמתנה הוירטואלי (Virtual waiting time) של לקוח, ולהשתמש בזמן זה כתחזית לזמן ההמתנה.

3.11 (4 נקודות) מהו זמן ההמתנה הוירטואלי ומה ההבדל בינו לבין זמן ההמתנה ממוצע? האם הם זהים במודל שהגדרת בסעיף 3.2?

תשובה:

מכאן והלאה נחשב את תוחלת זמן ההמתנה הוירטואלי של מטופל, **בהינתן** מספר האנשים בתור ברגע הגעתו. לצורך שאלה זו, נניח כי  $n$  שרתים (חדרי ניתוח) נותנים שירות בקצב אינדיווידואלי  $\mu$ , ומשכי

השירות מתפלגים אקספוננציאלית עם תוחלת  $\frac{1}{\mu}$ .

3.12. (2 נקודות) מהי תוחלת זמן ההמתנה הוירטואלי של מטופל אשר בזמן הגעתו אין לקוחות בתור, אך כל חדרי הניתוח תפוסים? (תחת הנחת FCFS).

תשובה :

3.13. (3 נקודות) מהי תוחלת זמן ההמתנה הוירטואלי של מטופל בהינתן שבזמן הגעתו יש לפניו 2 מטופלים בתור? (תחת הנחת FCFS).

תשובה :

3.14. (4 נקודות) בהינתן שתוחלת זמן ההמתנה הוירטואלי תהווה אמד למשך ההמתנה של לקוח שנמצא במקום ה-k בתור, תן נוסחה כללית לאמד זה. הסבר.

תשובה :

3.15 (2 נקודות) הצע שיטה אלטרנטיבית לאמידת זמן ההמתנה של מטופל (אין צורך בביטוי מפורש).  
הסבר האם ובאילו תנאים הוא צפוי לעבוד טוב יותר מאמד זמן המתנה וירטואלי?

תשובה:

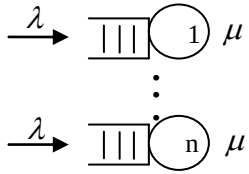
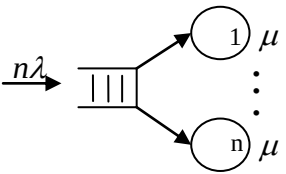
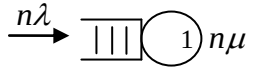
#### שאלה 4 – תיאוריה ושימושים (15 נקודות)

בשאלה זו נערוך השוואה בין מדדי ביצועים של שלוש המערכות הבאות:

**מערכת 1:**  $n$  תורי  $M | M | 1$  הפועלים במקביל, כאשר קצב המופע לכל אחד מהתורים הוא  $\lambda$  וקצב השירות  $\mu$ .

**מערכת 2:** מערכת  $M | M | n$  עם קצב מופע  $n\lambda$  וקצב שירות  $\mu$  (איחוד תורי מערכת 1).

**מערכת 3:** מערכת  $M | M | 1$  עם קצב מופע  $n\lambda$  וקצב שירות  $n\mu$  (שרת מהיר במקום  $n$  שרתים איטיים במערכת 2).

|                    | $n \times M   M   1$<br>$\lambda, \mu$                                            | $M   M   n$<br>$n\lambda, \mu$                                                     | $M   M   1$<br>$n\lambda, n\mu$                                                     |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|                    |  |  |  |
| <b>Utilization</b> | $\frac{\lambda}{\mu} = \rho$                                                      | $\frac{(n\lambda)}{(n)\mu} = \rho$                                                 | $\frac{(n\lambda)}{(n\mu)} = \rho$                                                  |
| $P\{W_q > 0\}$     | $\rho$                                                                            | $E_{2,n}$                                                                          | $\rho$                                                                              |
| $E[W_q   W_q > 0]$ | $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{1-\rho}$                                            | $\frac{1}{n\mu} \cdot \frac{1}{1-\rho}$                                            | $\frac{1}{n\mu} \cdot \frac{1}{1-\rho}$                                             |
| $E[W_q]$           | $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\rho}{1-\rho}$                                         | $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{E_{2,n}}{n(1-\rho)}$                                    | $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\rho}{n(1-\rho)}$                                        |
| $E[S]$             | $\frac{1}{\mu}$                                                                   | $\frac{1}{\mu}$                                                                    | $\frac{1}{n\mu}$                                                                    |
| $E[W_{sys}]$       | $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{1-\rho}$                                            | $\frac{1}{\mu} \cdot \left[ \frac{E_{2,n}}{n(1-\rho)} + 1 \right]$                 | $\frac{1}{n\mu} \cdot \frac{1}{1-\rho}$                                             |

כאשר

- Utilization - נצילות שרת,
- $P\{W_q > 0\}$  - ההסתברות להמתנה,
- $E[W_q | W_q > 0]$  - תוחלת זמן המתנה בהינתן המתנה,

- $E[W_q]$  - תוחלת זמן המתנה,
- $E[S]$  - תוחלת משך שירות,
- $E[W_{sys}]$  - תוחלת זמן שהיה במערכת.

**כמו כן**, ידוע כי  $n \leq \frac{1-E_{2,n}}{1-\rho} \leq 1$ .

4.1 (5 נקודות) קבעו מה היחס המתאים בין ההסתברות להמתין,  $P\{W_q > 0\}$ , במערכת 1 ובמערכת 2. הוכיחו תשובתכם מתמטית והסבירו את התוצאה באופן אינטואיטיבי.

תשובה:

בחרו ביחס המתאים: **א.**  $\geq$  **ב.**  $=$  **ג.**  $\leq$  **ד.** לא ניתן לקבוע בוודאות  
לנוחיותכם, מוצג החלק מהטבלה עליו אתם נשאלים,

|                | $n \times M \mid M \mid 1$<br>$\lambda, \mu$ | $M \mid M \mid n$<br>$n\lambda, \mu$ |
|----------------|----------------------------------------------|--------------------------------------|
| $P\{W_q > 0\}$ | $\rho$                                       | $E_{2,n}$                            |

הוכחה:

הסבר אינטואיטיבי:

- 4.2. (5 נקודות) קבעו מה היחס המתאים בין תוחלת זמן ההמתנה,  $E[W_q]$ , במערכת 2 ובמערכת 3. הוכיחו תשובתכם מתמטית.

תשובה:

בחרו ביחס המתאים:    א.  $\geq$     ב.  $=$     ג.  $\leq$     ד. לא ניתן לקבוע בוודאות

לנוחיותכם, מוצג החלק מהטבלה עליו אתם נשאלים,

|          | $M   M   n$<br>$n\lambda, \mu$                  | $M   M   1$<br>$n\lambda, n\mu$              |
|----------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| $E[W_q]$ | $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{E_{2,n}}{n(1-\rho)}$ | $\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\rho}{n(1-\rho)}$ |

הוכחה:

4.3 (5 נקודות) השוו בין היחס שמצאתם בשאלה 4.2 לבין היחס הנתון בין תוחלות זמן השהיה,  $E[W_{sys}]$ , במערכת 2 ובמערכת 3. נסחו את התופעה שגיליתם והסבירו מהן הסיבות לה.

תשובה: